Apresentando as definições inerentes à eq. de Einstein

- Idealmente, deve-se primeiro estudar geometria diferencial (que inclui cálculo tensorial) antes de estudar relatividade geral. Isso facilita muito a compreensão.
- Analogamente, antes de estudar teoria eletromagnética é importante já conhecer cálculo vetorial, mas desconhecê-lo não impede de compreender vários aspectos básicos (Maxwell e Einstein desconheciam cálculo vetorial e geometria diferencial respectivamente).
- Para facilitar, vamos aqui seguir uma abordagem mais computacional e não geométrica, focando no cálculo de componentes. Semelhantemente, Maxwell escreveu as suas eqs. na forma de componentes, sem tratar explicitamente na natureza vetorial.
- Comecemos pela métrica. A métrica é uma matriz (g_{ij}) que nos informa como calcular distâncias no espaço. No espaço euclideano, usando coordenadas cartesianas, ela é a matriz identidade, ou seja, suas componentes são dadas pela delta de Kronecker:

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij} dx_i dx_j = \sum_{ij} \delta_{ij} dx_i dx_j \;\; (= dx^2 + dy^2, \text{ para 2D})$$

A métrica: exemplo euclidiano

- Ao mudarmos as coordenadas, as componentes da métrica mudam (semelhantemente, as componentes de vetores mudam ao mudarmos as coordenadas).

- Por exemplo, em coordenadas polares pode-se encontrar que a métrica toma a seguinte forma:

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & r^2 \end{pmatrix}.$$

- Usando $dx_1 = dr$ e $dx_2 = d\theta$, temos que

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij} dx_i dx_j = dr^2 + r^2 d\theta^2.$$

- As distância entre dois pontos com uma diferença infinitesimal de θ é $ds = r d\theta$.

- **Exercício 2:** Encontre a métrica em coordenadas esféricas e estabeleça sua relação com o jacobiano.