Como encontrar o tensor de Einstein?

- Dada uma métrica cujos índices estão associados ao espaço-tempo ($g_{\mu\nu}$), para encontrar o tensor de Einstein basta fazer uma sequência de derivações e somas, como abaixo indicadas:

$$\Gamma^{\mu}_{\ \nu\lambda} = \frac{1}{2} g^{\mu\kappa}(\partial_\lambda g_{\nu\kappa} + \partial_\nu g_{\lambda\kappa} - \partial_\kappa g_{\nu\lambda}),$$

$$R^{\mu}_{\ \nu\lambda\kappa} = \partial_\lambda \Gamma^{\mu}_{\ \nu\kappa} - \partial_\kappa \Gamma^{\mu}_{\ \nu\lambda} + \Gamma^{\mu}_{\ \lambda\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\ \nu\kappa} - \Gamma^{\mu}_{\ \kappa\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\ \nu\lambda},$$

$$R_{\mu\nu} = R^{\lambda}_{\ \mu\lambda\nu}, \qquad R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \quad \text{e} \quad G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R.$$

- Isto é o suficiente para definir o tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$. Basta seguir esses procedimentos algébricos para encontrá-lo.
- Veremos um pouco sobre “visualização" de tensores no próximo slide.

Comentário: Visualização de tensores de posto 2

- Aqui fazemos uma digressão inspirada em uma pergunta.
- Visualizar um vetor no espaço é algo simples, essencialmente é uma setinha, todos aqui sabem visualizar isso. Mas como visualizar um tensor no espaço?
- Primeiro lembremos que escalares e vetores são casos particulares de tensores (tensores de posto zero e posto 1 respectivamente), mas comumente só se usa o termo tensor para objetos geométricos com mais índices (dois ou mais).
- Para posto 2, há uma visualização bem conhecida, que passa pelo cubo mostrado a seguir. Sendo entendida essa, pode-se facilmente abstrair para tensores de qualquer posto em qualquer dimensão do espaço.