

# As equações de Friedmann

- Tudo o que temos de fazer é inserir essa métrica e calcular  $G_{\mu\nu}$ .
- **Exercício 4 (parte 1):** Calcule todas as componentes não nulas do símbolo de Cristoffel  $\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu}$  para essa métrica. Comentário além do exercício: Para quem tiver especial interesse no tema, sugiro concluir as contas até encontrar  $G_{\mu\nu}$ .
- Além do tensor se Einstein, precisamos especificar quem é  $T_{\mu\nu}$ . Vamos usar o tensor energia momento de um fluido perfeito que é dado por:  $(T_{\mu}^{\nu}) = \text{diag}(-\rho \ p \ p \ p)$ , em que  $\rho$  é a densidade de energia do fluido e  $p$  é a pressão do fluido. Como estamos considerando espaço homogêneo,  $\rho$  e  $p$  só podem depender do tempo.

# As equações de Friedmann

- A equação de Einstein é  $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$ , e isso nos leva às seguintes duas equações:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho$$
$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right)$$

Essas duas equações são EDO's e chamadas de equações de Friedmann.

Uma é uma equação diferencial para a velocidade de expansão  $\dot{a}$ , a outra para a aceleração da expansão  $\ddot{a}$ . É uma combinação exótica para a mecânica:  $\dot{a}$  não está livre.

O fator  $\frac{\dot{a}}{a} \equiv H$  é chamado de **parâmetro de Hubble**.