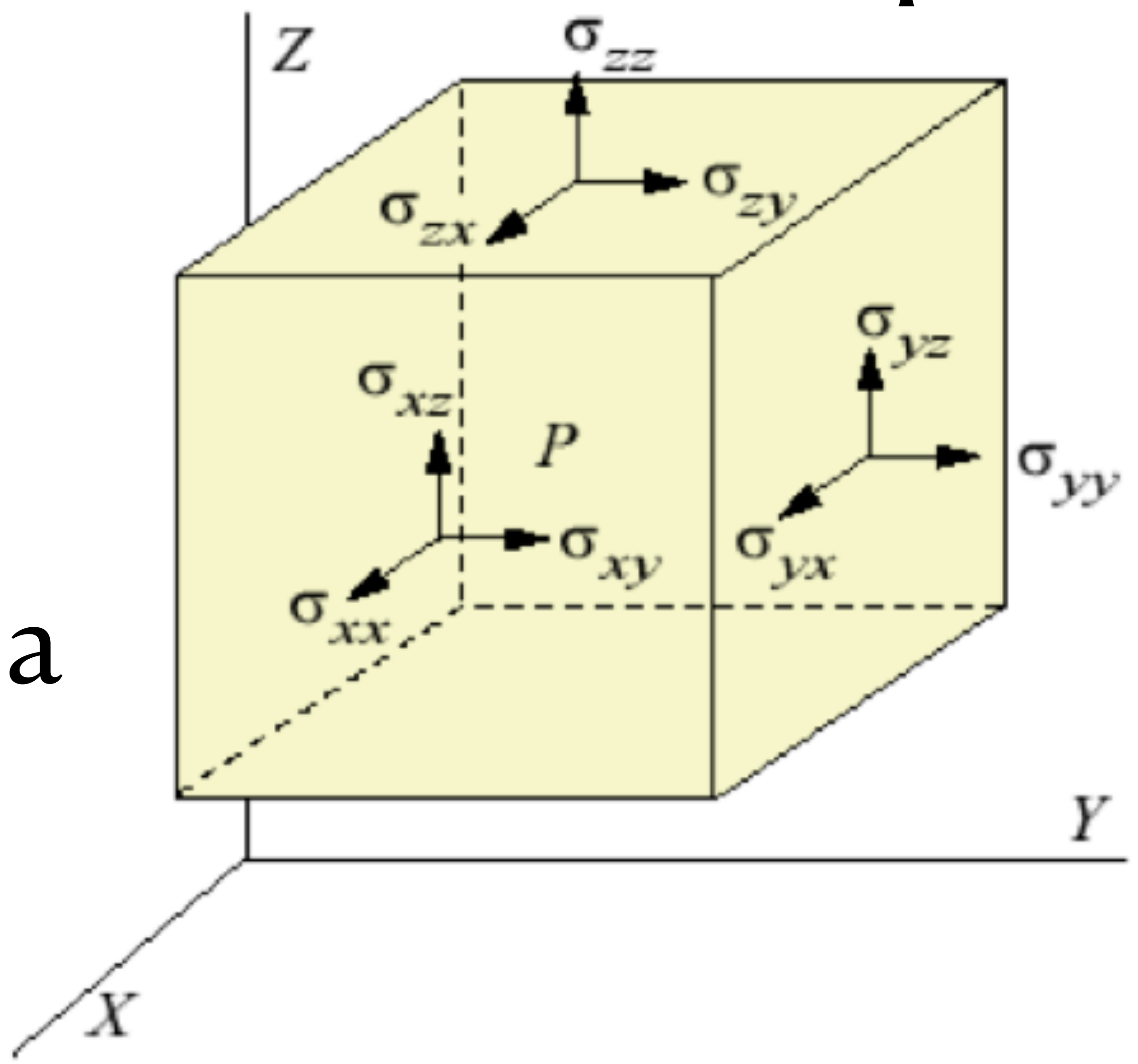
Comentário: Visualização de tensores de posto 2

- Consideremos um caso mecânico, para auxiliar na visualização: digamos que seja um tensor tensão (mas qualquer outro serve, por exemplo, o momento de inércia, que também é um tensor de posto 2).



- Ao fazer uma força na direção y, um fluido nem sempre desenvolve uma tensão exclusivamente oposta à força. Sua constituição interna pode conter certa anisotropia que leve a uma tensão em diferente direção também.

- O tensor tensão (de Cauchy) $\overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}}$ fornece a tensão resposta $\mathbf{T}$ a um dado vetor de força numa direção $\mathbf{n}$. Explicitamente, $\mathbf{T} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}$. Mais explicitamente: $T^i = \sigma^i{}_j n^j$. — A dupla seta para denotar tensor só é conveniente para introduzir o tema, não iremos mais usar.

- Tal como demonstrado por Cauchy, a matriz dada por $(\sigma^i{}_j)$ é mais do que uma coleção de números, ela descreve uma estrutura geométrica que generaliza a noção de vetor.

Comentário: "Visualização" de tensores gerais

- A visualização do tensor tensão de Cauchy em 3D não é difícil, mas em relatividade geral o espaço a ser considerado é 4D e há tensores de diferentes postos.
- Um tensor de posto 2 é uma estrutura geométrica que, quando atua num vetor, produz outro vetor. Isto pois $\mathbf{T} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}$, ou seja $T^i = \sigma^i{}_j n^j$, assim $\overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}}$ atua em $\mathbf{n}$ e produz $\mathbf{T}$.
- É difícil visualizar $\overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}}$ sozinho, mas especificada a direção $\mathbf{n}$ em que a força atua, o que $\overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}}$ faz é produzir o vetor $\mathbf{T}$.
- O que seria um tensor de posto 3? Sequer há notação de setinha para esse caso, mas é fácil intuir que é um objeto geométrico que, quando atua em dois vetores, produz um novo vetor. Por exemplo: $A^i = f^i{}_{jk} B^j C^k$.
- Assim podemos falar de tensor de posto n em uma dimensão D qualquer.
- Por "objeto geométrico" quero dizer que é uma grandeza que existe independentemente da escolha do sistema de coordenadas (isto é um teorema devido a Cauchy).