Convenção da soma e produto interno

- A nossa expressão para distância infinitesimal já dá a resposta, pois ela associa dois vetores (duas vezes o vetor **dx**) a um número real, logo basta usarmos a seguinte regra:

$$g_{ij}A^iB^j = A_iB^i.$$

- Acima introduzimos, por definição, $A_i = g_{ij}B^j$. Essa distinção entre índice em cima ou embaixo é essencial em espaços em que a métrica não é a identidade. (Índice em cima representa componentes de um ket e índices embaixo as componentes de um bra).

Convenção da soma e produto interno

- **Exercício 3:** Considere os seguintes dados:

  a) $F_{\mu\nu}$ descreve um tensor anti-simétrico no espaço-tempo (i.e., $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$);

  b) a métrica é assumida ser de Minkowski, $(\eta_{\mu\nu}) = \mathrm{diag}\,(-1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$;

  c) $F^{i0} = E^i/c$, sendo $\mathbf{E} = E^i \mathbf{e}_i$ o campo elétrico;

  d) $F_{ij} = -\epsilon_{ijk} B^k$, em que $\mathbf{B} = B^i \mathbf{e}_i$ é o campo magnético.

  Mostre que duas das equações de Maxwell podem ser expressas por

  $$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\nu,$$

  em que μ_0 é a permeabilidade do vácuo, $(J^\mu) = \begin{pmatrix}\rho c & \mathbf{J}\end{pmatrix}$, sendo $\mathbf{J}$ a corrente espacial e ρ a densidade de carga.