# Convenção da soma e produto interno

17

- Como calcular o produto de dois vetores? Sejam $\mathbf{A} = \sum_i A^i \mathbf{e}_i$ e $\mathbf{B} = \sum_i B^i \mathbf{e}_i$ dois vetores, representados por meio da base $\{\mathbf{e}_i\}$ (em coordenadas cartesianas pode-se usar $\mathbf{e}_1 = \hat{\mathbf{i}}$ e $\mathbf{e}_2 = \hat{\mathbf{j}}$, mas $\{\mathbf{e}_i\}$ pode ser uma base qualquer obtida a partir de transformações de coordenadas da base cartesiana).

- Notem que o somatório é redundante, pois sempre iremos somar quando houver índices do espaço repetidos, e quando isso ocorrer sempre um estará em cima e outro embaixo, logo usamos $\mathbf{A} = A^i \mathbf{e}_i$ e $\mathbf{B} = B^i \mathbf{e}_i$.

- Mas como fazer o produto (interno) entre $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$? Nota-se que não se pode usar $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq A^i B^i$.

Comentário: para quem já viu notação de bra e ket, o produto interno combina um vetor $|A\rangle$ (ket) com um elemento do espaço dual $\langle B|$ (bra) e leva a um número. Ou seja, falta saber como converter um ket num bra.

# Convenção da soma e produto interno

- Como calcular o produto de dois vetores? Sejam $\mathbf{A} = \sum_i A^i \mathbf{e}_i$ e $\mathbf{B} = \sum_i B^i \mathbf{e}_i$ dois vetores, representados por meio da base $\{\mathbf{e}_i\}$ (em coordenadas cartesianas pode-se usar $\mathbf{e}_1 = \hat{\mathbf{i}}$ e $\mathbf{e}_2 = \hat{\mathbf{j}}$, mas $\{\mathbf{e}_i\}$ pode ser uma base qualquer obtida a partir de

Comentário: para quem já viu notação de bra e ket, o produto interno combina um vetor $|A\rangle$ (ket) com um elemento do espaço dual $\langle B|$ (bra) e leva a um número. Ou seja, falta saber como converter um ket num bra.

- Mas como fazer o produto (interno) entre $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$? Nota-se que não se pode usar $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq A^i B^i$.

# Convenção da soma e produto interno

- A nossa expressão para distância infinitesimal já dá a resposta, pois ela associa dois vetores (duas vezes o vetor **dx**) a um número real, logo basta usarmos a seguinte regra:

$$g_{ij}A^iB^j = A_iB^i.$$

- Acima introduzimos, por definição, $A_i = g_{ij}B^j$. Essa distinção entre índice em cima ou embaixo é essencial em espaços em que a métrica não é a identidade. (Índice em cima representa componentes de um ket e índices embaixo as componentes de um bra).