

Estrutura da Matéria Avançada

**- Astrofísica e Gravitação -
Capítulo 13 do Física Moderna / Tipler**

Prof. Davi C. Rodrigues
Período 2021/1 (EARTE)

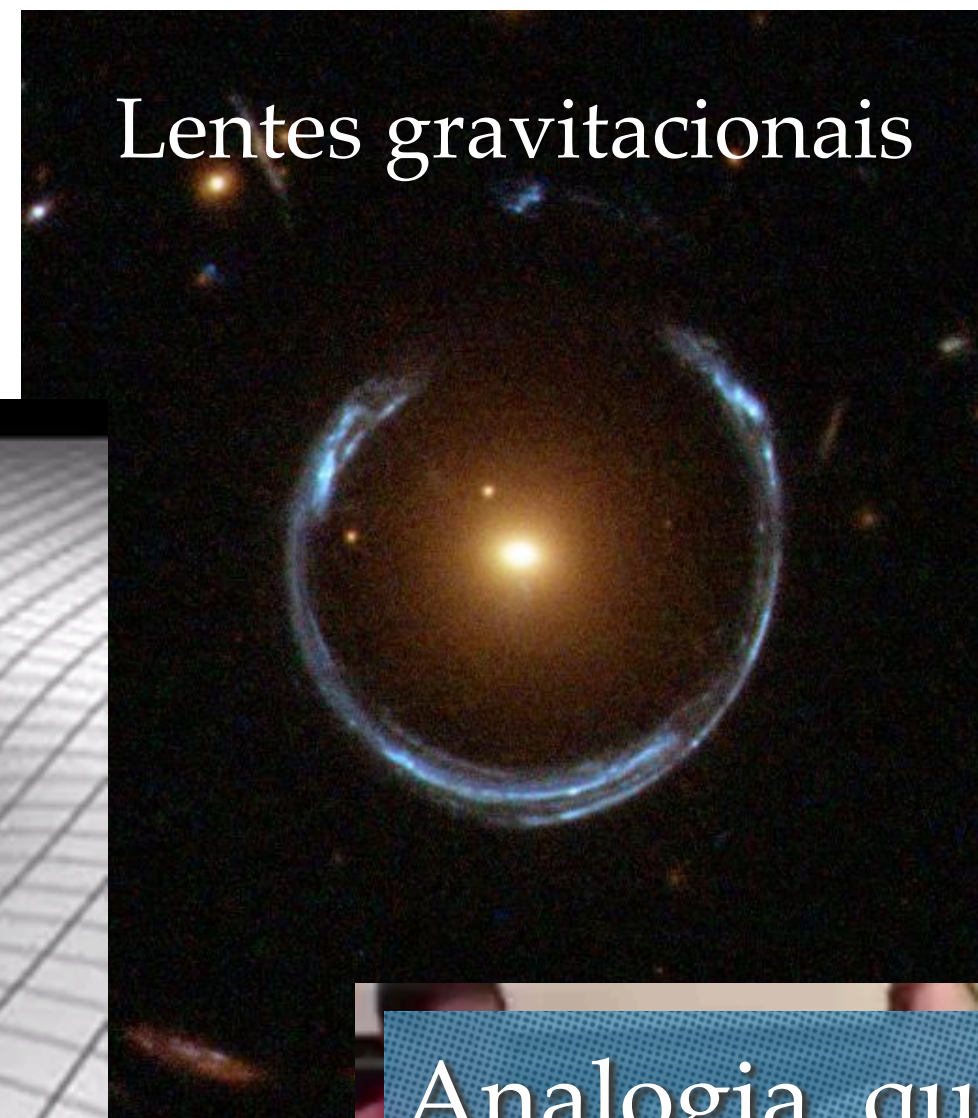
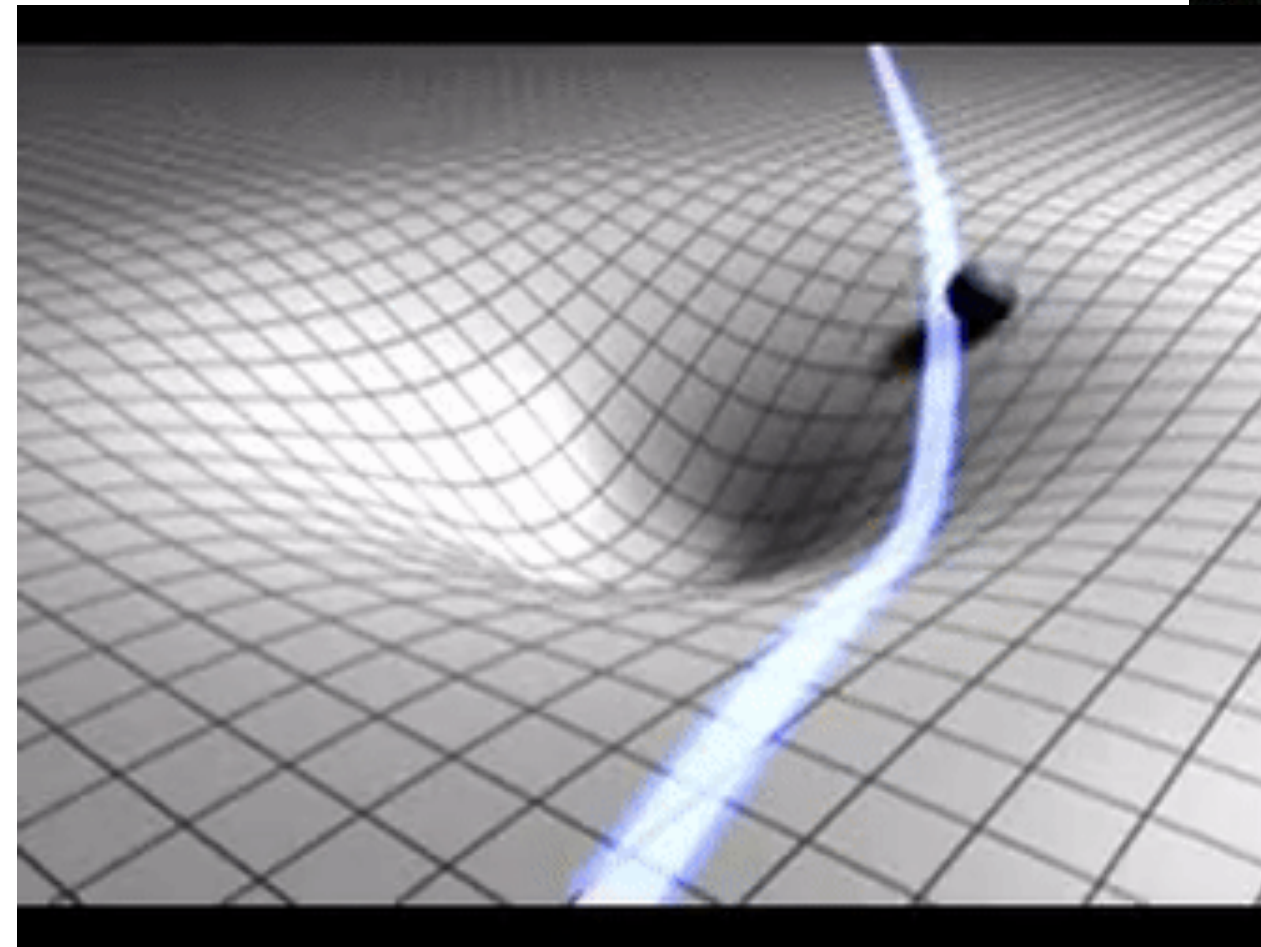
Introdução

- Iremos agora para escalas consideravelmente diferentes de tamanho.
- Trataremos do sistema solar, de estrelas, galáxias e do universo como um todo.
- Vamos começar fazendo uma breve apresentação de relatividade geral, que é a teoria da gravitação mais sólida existente.
- Ademais, vários dos sistemas que iremos lidar requerem algum entendimento de gravitação além da Newtoniana, isto é, relatividade geral.
- Veremos depois uma introdução a cosmologia, que por um lado trata de astrofísica nas maiores escalas observáveis possíveis, mas por outro está associada a um grande conjunto de observáveis e métodos que diferem consideravelmente da astrofísica padrão. Historicamente, a cosmologia começou devido à relatividade geral.
- Em seguida veremos estrelas, os processos químicos essenciais à sua “vida”, o fim da vida das estrelas e as evoluções estelares de uma geração para outra.
- Por fim, trataremos de galáxias e matéria escura.

Vocês talvez já tenham ouvido falar de alguns conceitos de relatividade geral...

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

Equação de Einstein



Analogia, qualitativa



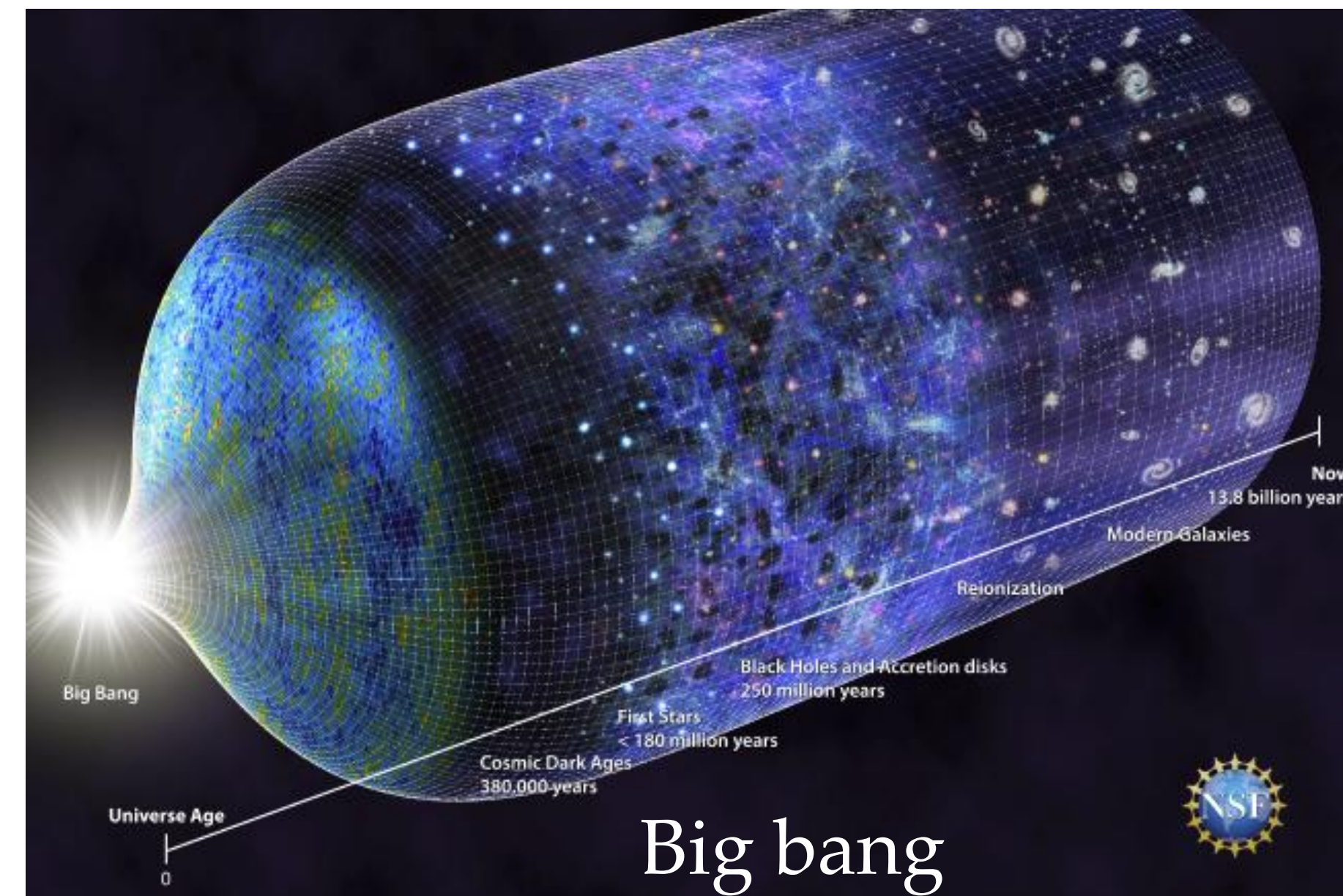
- Movimento de corpos/ planetas devido à curvatura do espaço.

- Deflexão da luz.

Ondas gravitacionais



https://www.nasa.gov/images/content/681325main_gravitational-waves.jpg



http://www.daviddarling.info/images/wormhole_graphic.jpg

Exceto por buracos de minhoca, todos os demais efeitos já foram detectados (direta ou indiretamente), estando em acordo com relatividade geral.

- Para que uma teoria científica seja bem aceita, fornecer novos “*insights*” é bem vindo, mas está longe de ser suficiente.
- É claro que estruturas qualitativamente novas (buracos negros, ondas gravitacionais...) aguçam nossa curiosidade e imaginação, mas uma boa teoria científica deve ser avaliada a partir de seus detalhes. (Muitas outras propostas de teorias em princípio fantásticas já se mostram falsas, ou seja, sem correspondência com a realidade).
- De nada adianta uma nova teoria gravitacional se ela não for capaz de explicar como a teoria anterior (no caso, gravitação Newtoniana) conseguiu tantos sucessos — [Limite Newtoniano](#).
- Ademais, além das estruturas qualitativamente novas, a nova teoria (relatividade geral) introduz pequenas correções mesmo em fenômenos que antes pareciam bem explicados por gravitação Newtoniana. — [Correções pós-Newtonianas](#).

Gravitação Newtoniana

- Assim, vamos dar um passo para trás e nos perguntemos antes como sabemos que gravitação Newtoniana funciona.
- Entender relatividade geral requer primeiro entender gravitação Newtoniana.
- Não digo isso só pelo motivo histórico, gravitação Newtoniana é um importante caso particular, e especialmente simples, de relatividade geral.
- A gravitação Newtoniana é dada por:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho \qquad \vec{a} = -\vec{\nabla} \phi$$

- **Exercício 1:** i) A partir das eqs. acima (e da 2a lei de Newton), encontrar a força entre duas partículas de massas m_1 e m_2 situadas em \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 . ii) Expresse a solução geral de ϕ para um disco fino (espessura desprezível) de raio R_0 , com simetria axial e densidade superficial $\Sigma(R)$.

Consequência: massa gravitacional = massa inercial

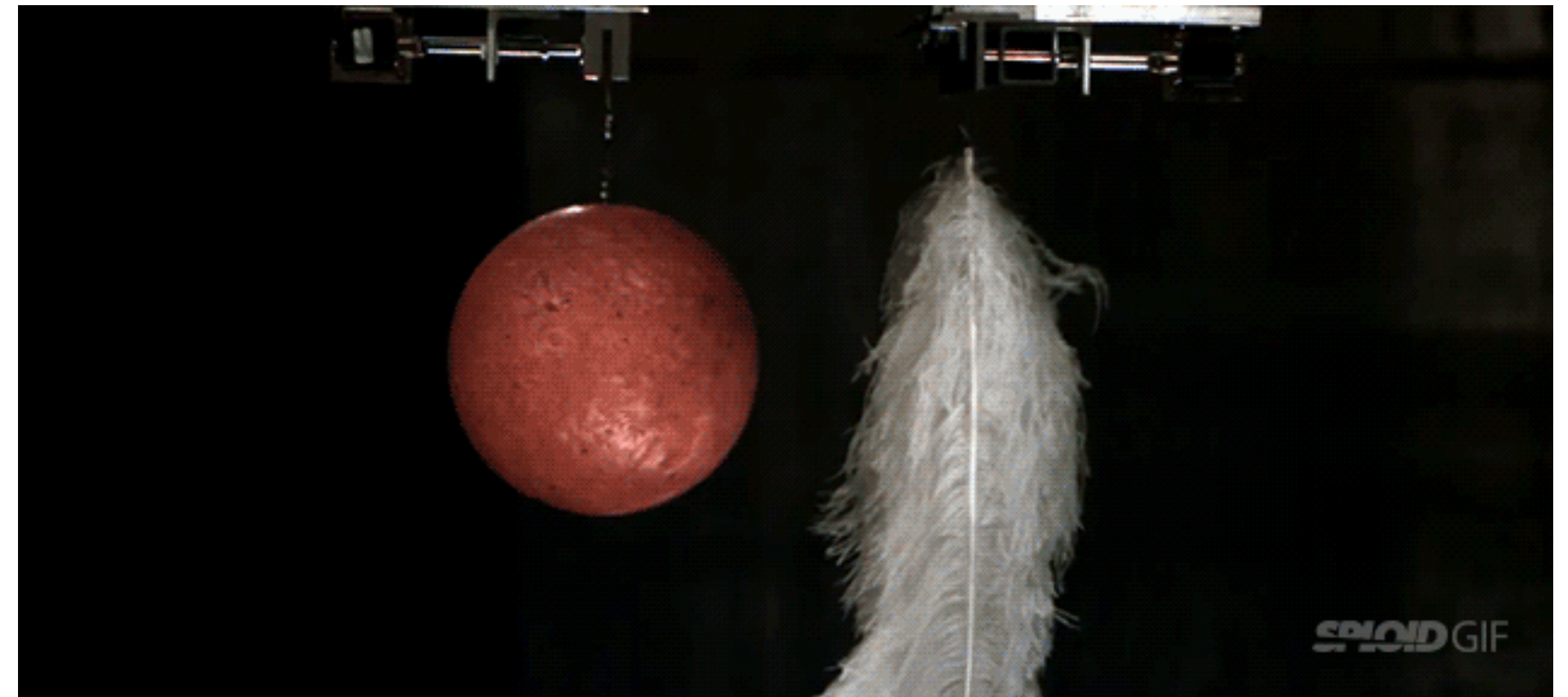
- A norma da força gravitacional entre duas massas a uma distância r é

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- E, pela 2a Lei de Newton, essa força, ao atuar na massa 1, gera uma aceleração nessa massa cujo módulo é dado por

$$a_1 = \frac{F}{m_1} = G \frac{m_2}{r^2}$$

- Logo a aceleração do corpo 1 não depende de sua própria massa.
- Este simples resultado pode ser testado com facilidade no vácuo.

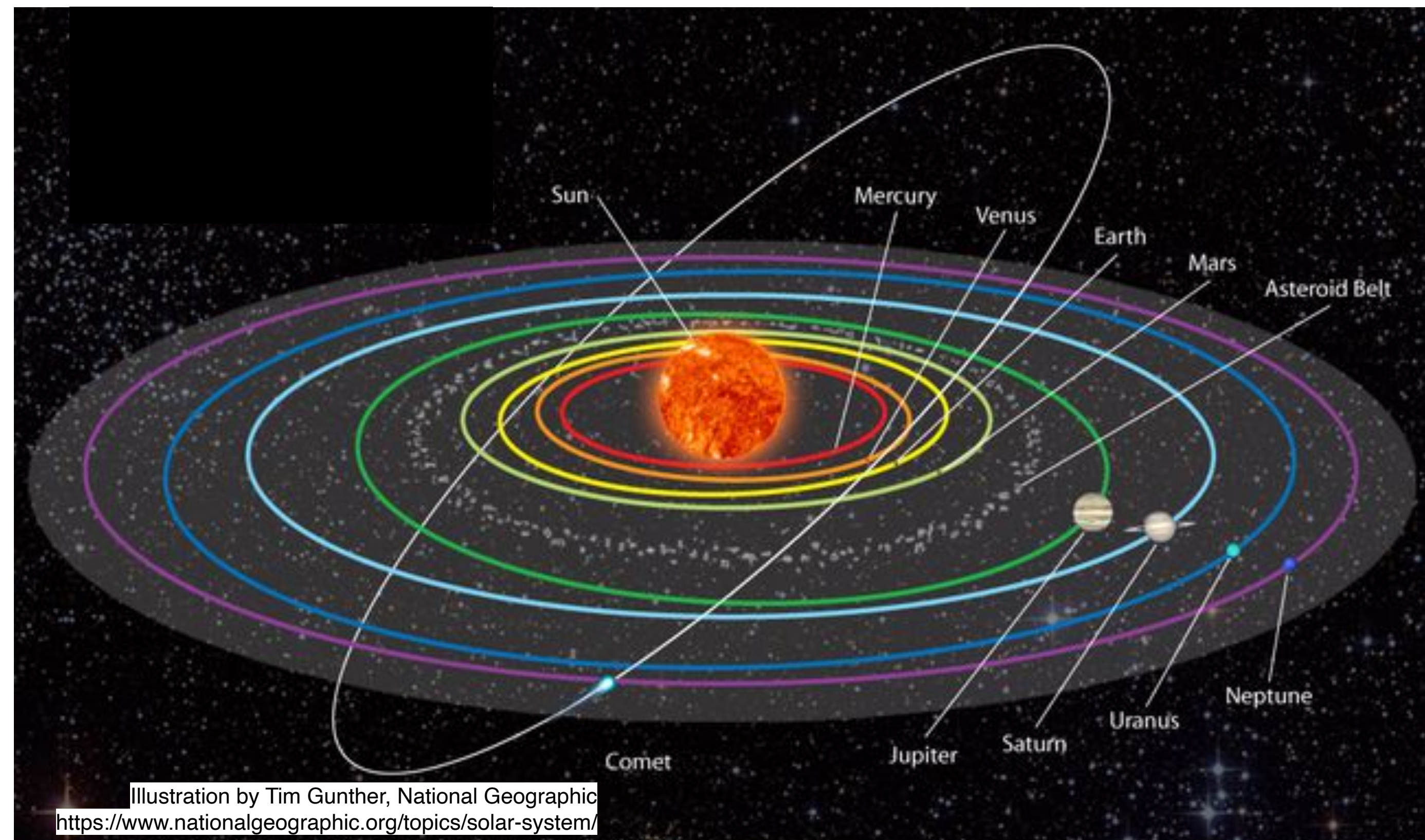


Órbitas e leis de Kepler

- Essas duas equações bem simples são também suficientes para descrevermos as órbitas dos planetas. E isso Newton fez. Ele descobriu que usando essas equações poderia deduzir as leis de Kepler.
- As Leis de Kepler são um conjunto de conjecturas que em princípio parecem independentes entre si e que funcionam em boa aproximação.
- A gravitação Newtoniana não apenas foi capaz de reobter as Leis de Kepler:
 - i) ela unificou o força gravitacional que observamos aqui na Terra com a força responsável pelas órbitas dos planetas;
 - ii) correções às Leis de Kepler foram encontradas teoricamente e verificadas observacionalmente.

Usando a grav. Newtoniana para ir além de Kepler: gravitação "pós-Kepleriana"

Gravitação Newtoniana não trata necessariamente de dois corpos. Nós sabemos (e todos sabem) que o Sistema Solar tem muito mais corpos do que 2... Temos uma estrela (Sol), 8 planetas e uma enorme quantidade de corpos menores, como planetas anões, asteroides e cometas.

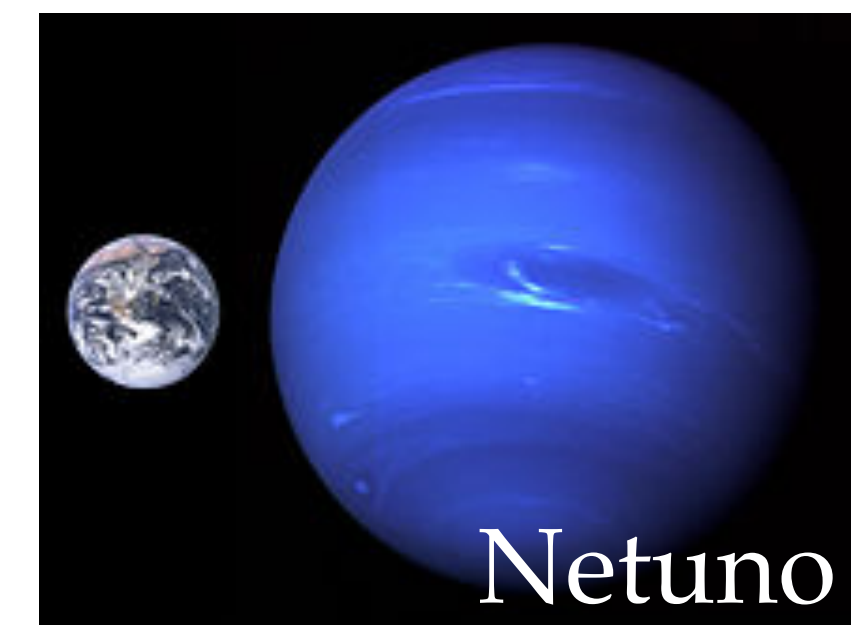
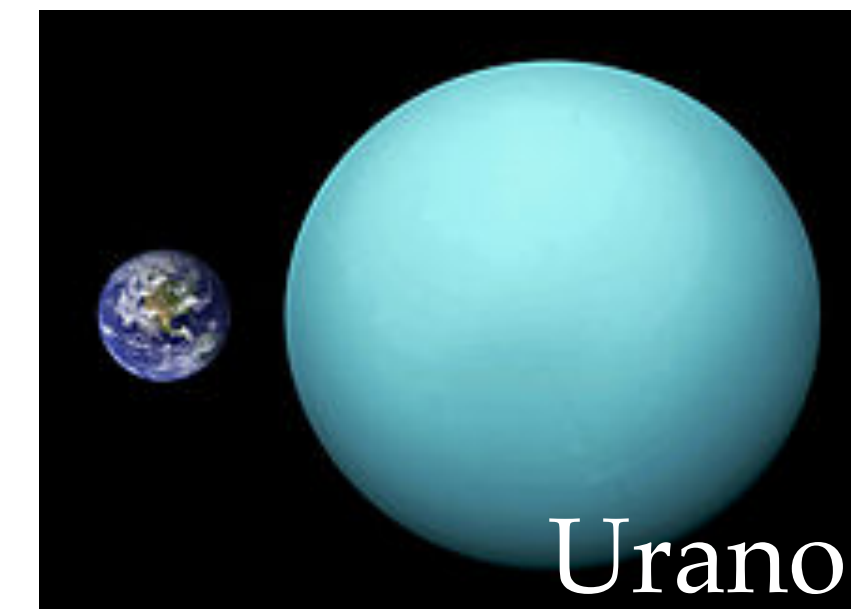


Gravitação Newtoniana leva à descoberta de novo planeta

Os planetas que podemos ver a olho nu são todos do Sistema Solar e são apenas 6: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno.

Urano foi descoberto acidentalmente em 1781 por meio de um telescópio, tendo sido inicialmente confundido com uma estrela.

Netuno, ainda mais distante, foi previsto e observado em 1846. Irregularidades na órbita de Urano poderiam ser explicadas se houvesse um novo planeta mais distante. Em seguida, telescópios foram apontados na direção e momento certos e... O oitavo planeta foi descoberto!



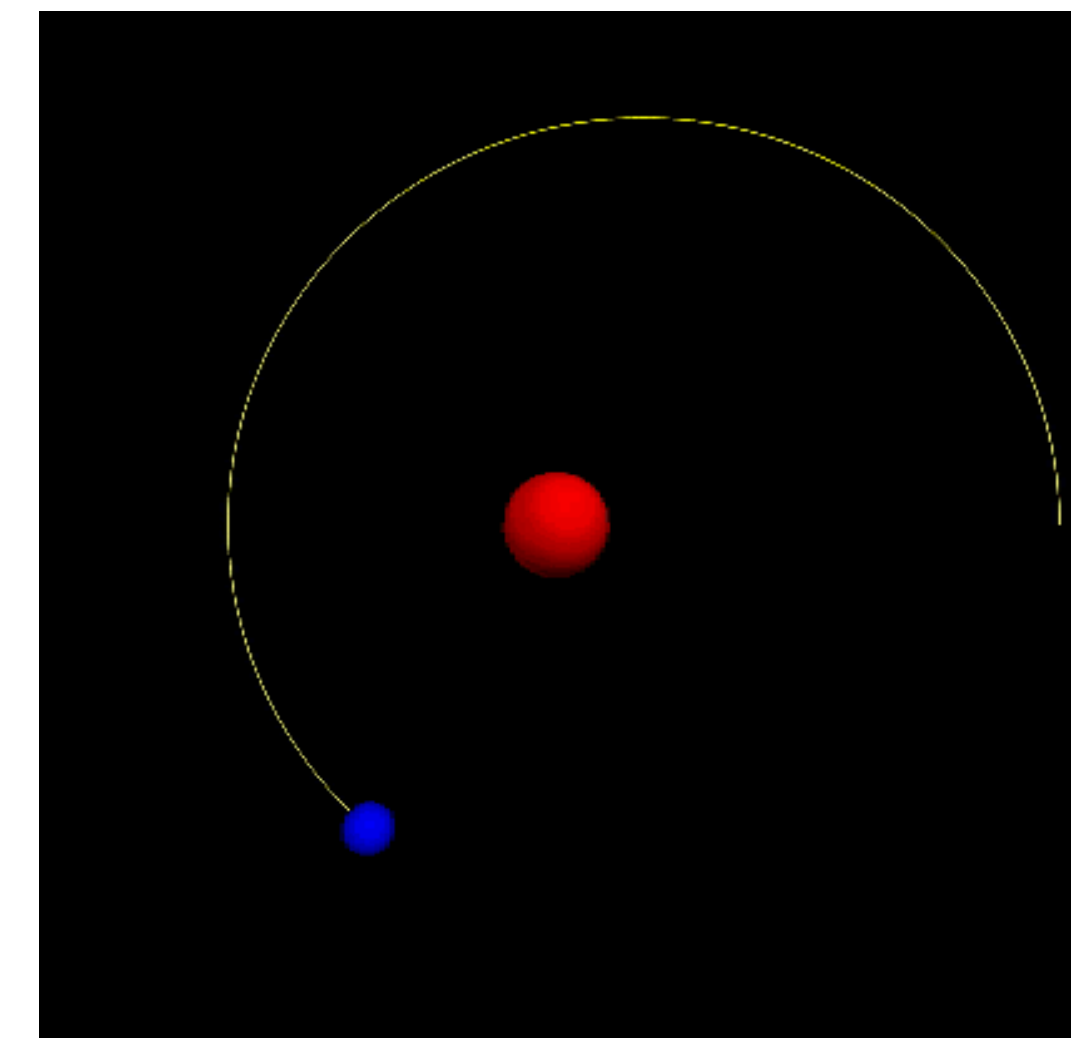
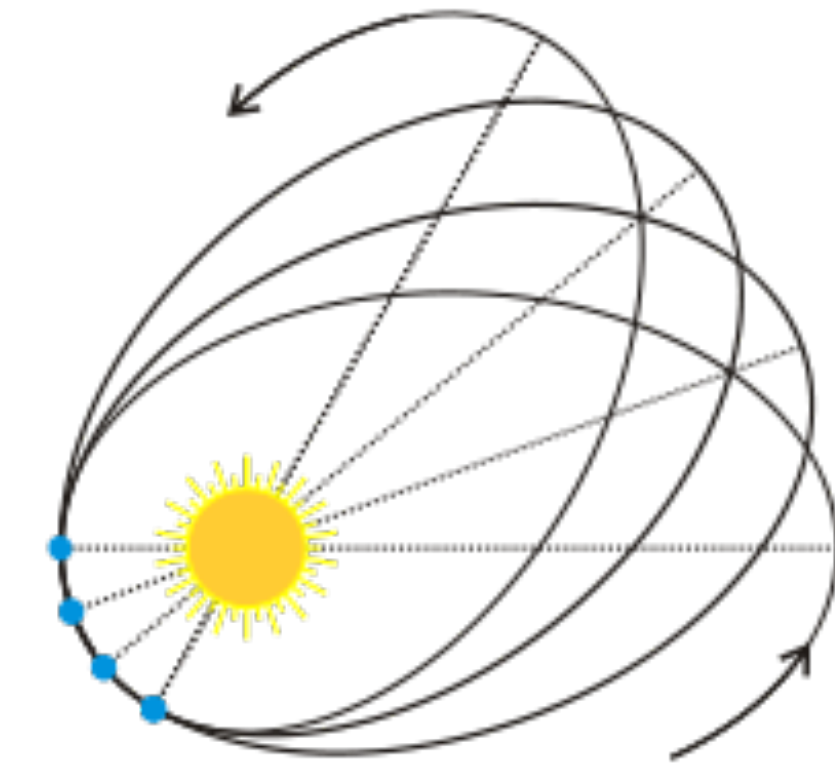
Gravitação Newtoniana:

A estranha órbita de Mercúrio...

Bem antes da relatividade geral, astrônomos já observavam que a órbita de Mercúrio era um pouco esquisita para gravitação Newtoniana...

Considerou-se os efeitos gravitacionais de outros planetas, considerou-se que o Sol não é exatamente esférico... Mas todas essas correções não explicavam ainda as observações: (precessão de 43" por século).

Poderia haver um novo Planeta desconhecido próximo a Mercúrio? Muitas tentativas foram feitas, mas sem sucesso.



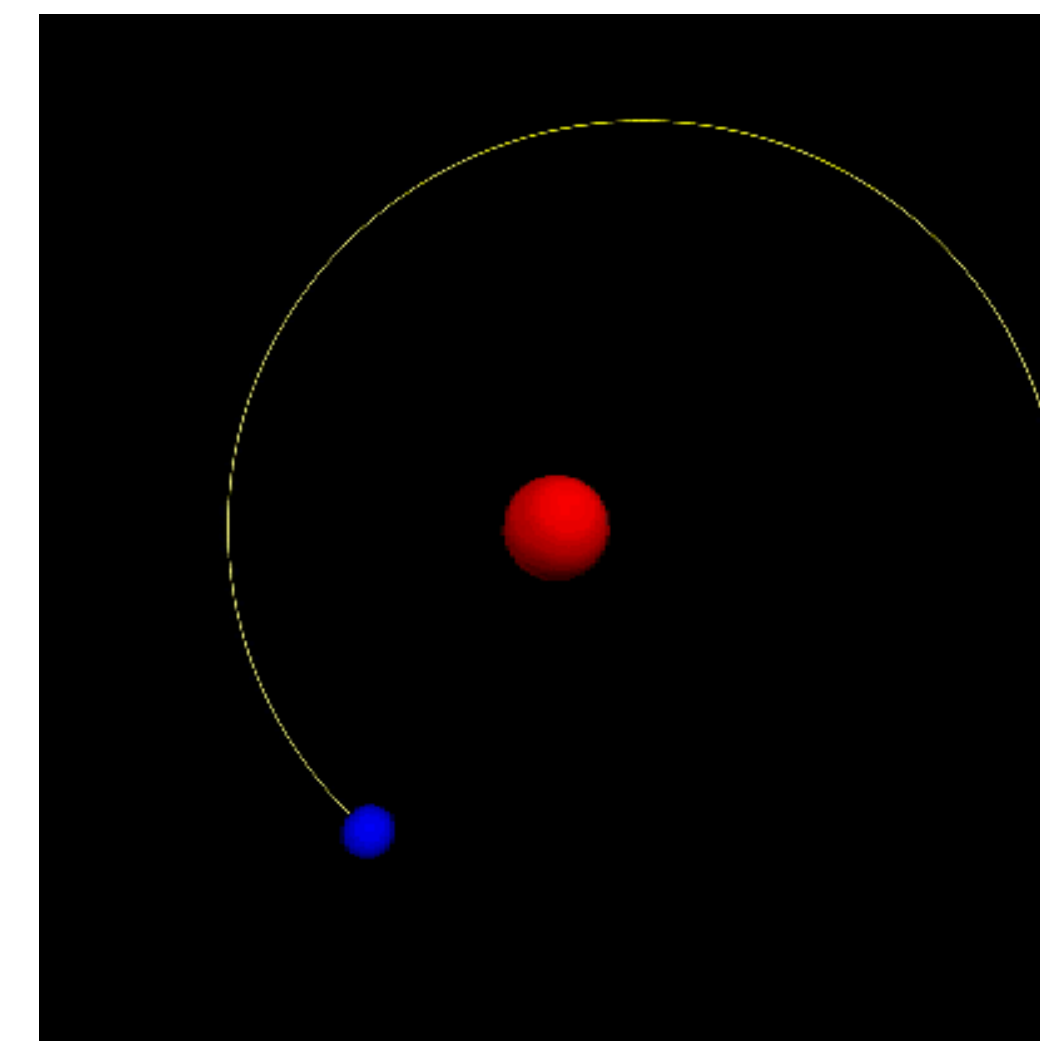
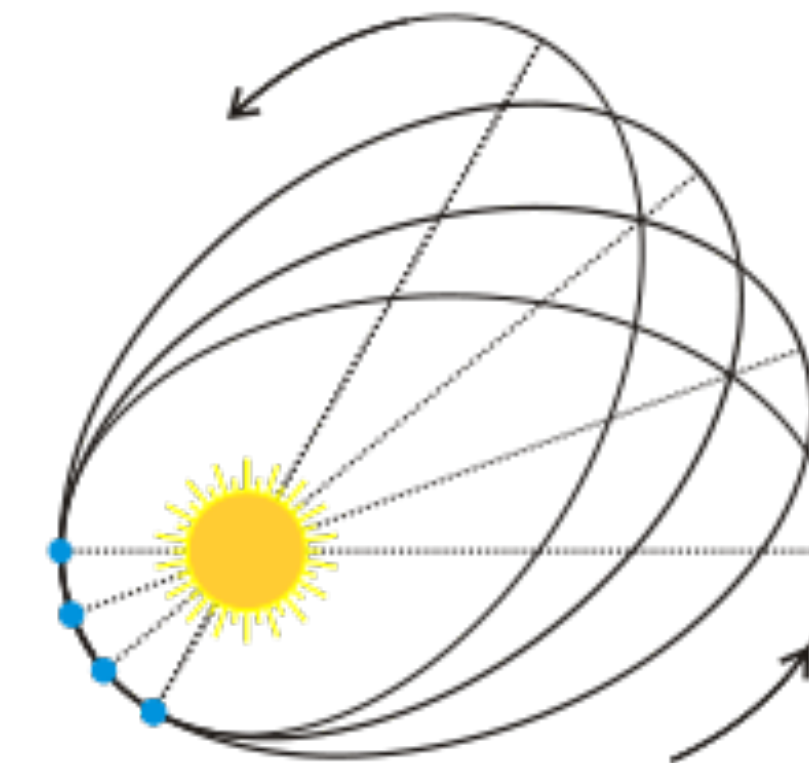
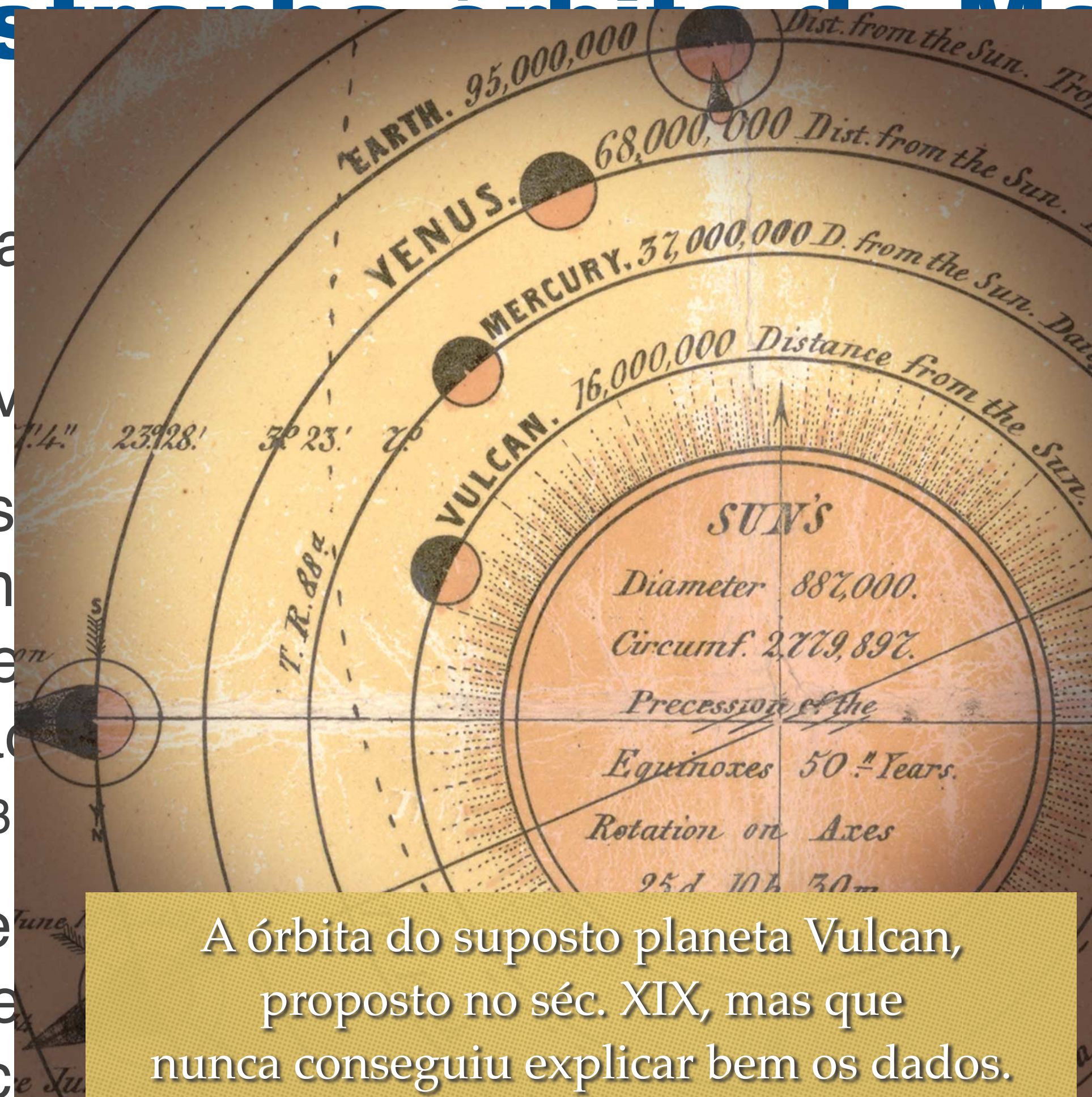
Gravitação Newtoniana:

A esteira do planeta Mercúrio...

Bem antes da
vavam que a
sita para grav

Considerou-s
planetas, com
é exatamente
correções não
(precessão de 43

Poderia have
próximo a Me
mas sem suc

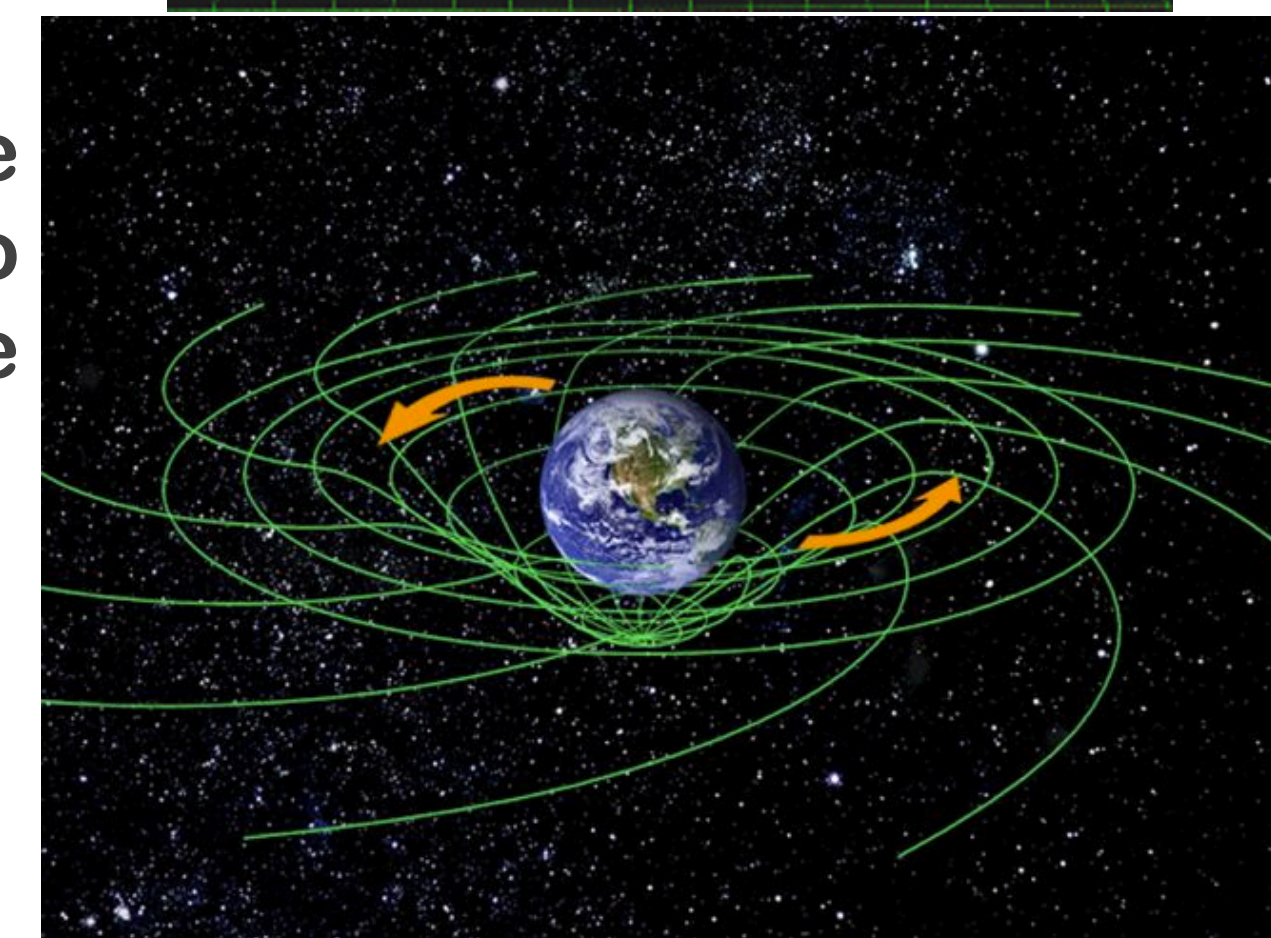
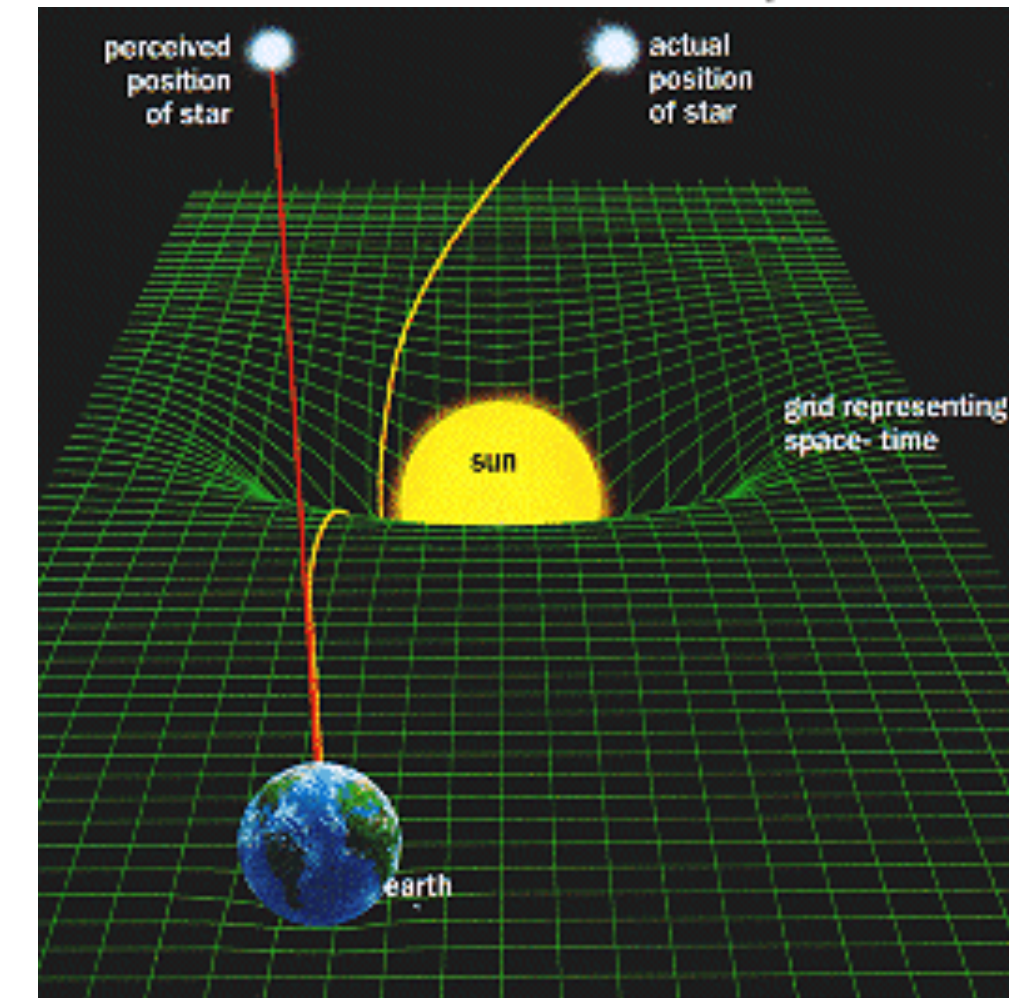
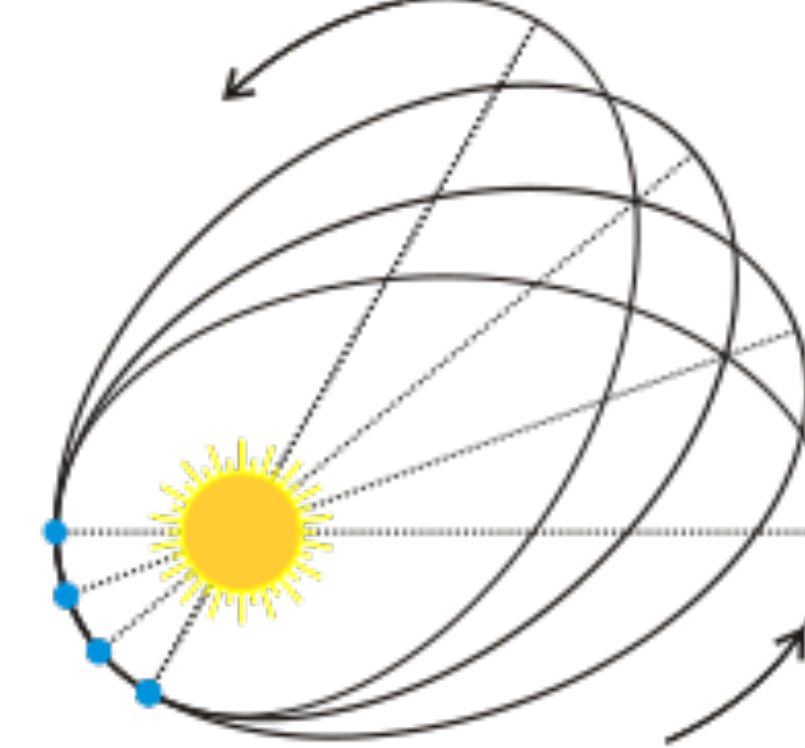


Início do séc. XX: Uma teoria dinâmica para a gravidade

A força gravitacional Newtoniana não se propaga dinamicamente, simplesmente preenche todo o espaço do universo instantaneamente. Logo, em contradição com a relatividade especial!

Einstein propõe uma nova teoria gravitacional que estende gravitação Newtoniana: Relatividade Geral.

A nova teoria não só corrige o conflito com relatividade especial como leva a diversas novidades. Mas como pode uma nova teoria ser melhor que uma anterior que já estava funcionando tão bem?



Relatividade Geral:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

Equação de Einstein

$$\frac{DU^\mu}{D\tau} = 0$$

Equação da geodésica

Relatividade Geral

Relação entre gravidade
(ou geometria) e
matéria.



Relação entre gravidade
e movimento.



Gravitação Newtoniana

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho$$

$$\vec{a} = -\vec{\nabla} \phi$$

Cabe comentar que esta estrutura também se encontra no eletromagnetismo.

Temos as equações de campo, dadas pelas equações de Maxwell, e temos a força de Lorentz, que constitui as equações de movimento (de uma partícula teste).

Em geral, não é possível deduzir as equações de campo a partir das equações de movimento e nem o inverso, são independentes e complementares.

Apresentando as definições inerentes à eq. de Einstein

- Idealmente, deve-se primeiro estudar geometria diferencial (que inclui cálculo tensorial) antes de estudar relatividade geral. Isso facilita muito a compreensão.
- Analogamente, antes de estudar teoria eletromagnética é importante já conhecer cálculo vetorial, mas desconhecê-lo não impede de compreender vários aspectos básicos (Maxwell e Einstein desconheciam cálculo vetorial e geometria diferencial respectivamente).
- Para facilitar, vamos aqui seguir uma abordagem mais computacional e não geométrica, focando no cálculo de componentes. Semelhantemente, Maxwell escreveu as suas eqs. na forma de componentes, sem tratar explicitamente na natureza vetorial.
- Começemos pela métrica. A métrica é uma matriz (g_{ij}) que nos informa como calcular distâncias no espaço. No espaço euclidiano, usando coordenadas cartesianas, ela é a matriz identidade, ou seja, suas componentes são dadas pela delta de Kronecker:

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij} dx_i dx_j = \sum_{ij} \delta_{ij} dx_i dx_j \quad (= dx^2 + dy^2, \text{ para 2D})$$

A métrica: exemplo euclidiano

- Ao mudarmos as coordenadas, as componentes da métrica mudam (semelhantemente, as componentes de vetores mudam ao mudarmos as coordenadas).
- Por exemplo, em coordenadas polares pode-se encontrar que a métrica toma a seguinte forma:

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & r^2 \end{pmatrix}.$$

- Usando $dx_1 = dr$ e $dx_2 = d\theta$, temos que

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij} dx_i dx_j = dr^2 + r^2 d\theta^2.$$

- A distância entre dois pontos com uma diferença infinitesimal de θ é $ds = r d\theta$.
- **Exercício 2:** Encontre a métrica em coordenadas esféricas e estabeleça sua relação com o jacobiano.

Índices em cima e embaixo

- Para coordenadas cartesianas, a métrica e sua inversa são iguais, mas em geral as componentes da inversão serão diferentes.
- É útil, e largamente usado, denotar as componentes da inversa da métrica g_{ij} por g^{ij} .
- Assim escrevemos $\sum_j g_{ij}g^{jk} = \delta_i^k$, em que δ_i^k vale 1 se $i = k$ e zero caso contrário (ou seja, a delta de Kronecker é agora denotada com um índice embaixo e outro em cima).
- É útil considerar que todas as somas de índices do espaço ocorram somente entre um índice em cima e outro embaixo (tal como na soma acima envolvendo a inversa da métrica).
- Consequentemente $ds^2 = \sum_{ij} g_{ij}dx^i dx^j$.
- Como dx^i é a componente de um vetor (infinitesimal), usaremos índice em cima para as componentes de todos os vetores.

Convenção da soma e produto interno

- Como calcular o produto de dois vetores? Sejam $\mathbf{A} = \sum_i A^i \mathbf{e}_i$ e $\mathbf{B} = \sum_i B^i \mathbf{e}_i$ dois vetores, representados por meio da base $\{\mathbf{e}_i\}$ (em coordenadas cartesianas pode-se usar $\mathbf{e}_1 = \hat{\mathbf{i}}$ e $\mathbf{e}_2 = \hat{\mathbf{j}}$, mas $\{\mathbf{e}_i\}$ pode ser uma base qualquer obtida a partir de transformações de coordenadas da base cartesiana).
- Notem que o somatório é redundante, pois sempre iremos somar quando houver índices do espaço repetidos, e quando isso ocorrer sempre um estará em cima e outro embaixo, logo usamos $\mathbf{A} = A^i \mathbf{e}_i$ e $\mathbf{B} = B^i \mathbf{e}_i$.
- Mas como fazer o produto (interno) entre \mathbf{A} e \mathbf{B} ? Nota-se que não se pode usar $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq A^i B^i$.

Convenção da soma e produto interno

- Como calcular o produto de dois vetores? Sejam $\mathbf{A} = \sum_i A^i \mathbf{e}_i$ e $\mathbf{B} = \sum_i B^i \mathbf{e}_i$ dois vetores, representados por meio da base $\{\mathbf{e}_i\}$ (em coordenadas cartesianas pode-se usar \hat{e}_i e \hat{e}_i mas (a) pode ser uma base qualquer obtida a partir de

Comentário: para quem já viu notação de bra e ket, o produto interno combina um vetor $|A\rangle$ (ket) com um elemento do espaço dual $\langle B|$ (bra) e leva a um número. Ou seja, falta saber como converter um ket num bra.

- Mas como fazer o produto (interno) entre \mathbf{A} e \mathbf{B} ? Nota-se que não se pode usar $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq A^i B^i$.

Convenção da soma e produto interno

- A nossa expressão para distância infinitesimal já dá a resposta, pois ela associa dois vetores (duas vezes o vetor \mathbf{dx}) a um número real, logo basta usarmos a seguinte regra:

$$g_{ij}A^iB^j = A_iB^i.$$

- Acima introduzimos, por definição, $A_i = g_{ij}B^j$. Essa distinção entre índice em cima ou embaixo é essencial em espaços em que a métrica não é a identidade. (Índice em cima representa componentes de um ket e índices embaixo as componentes de um bra).

Convenção da soma e produto interno

- **Exercício 3:** Considere os seguintes dados:
 - a) $F_{\mu\nu}$ descreve um tensor anti-simétrico no espaço-tempo (i.e., $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$);
 - b) a métrica é assumida ser de Minkowski, $(\eta_{\mu\nu}) = \text{diag}(-1 \ 1 \ 1 \ 1)$;
 - c) $F^{i0} = E^i/c$, sendo $\mathbf{E} = E^i \mathbf{e}_i$ o campo elétrico;
 - d) $F_{ij} = -\epsilon_{ijk} B^k$, em que $\mathbf{B} = B^i \mathbf{e}_i$ é o campo magnético.

Mostre que duas das equações de Maxwell podem ser expressas por

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} = \mu_0 J^{\nu},$$

em que μ_0 é a permeabilidade do vácuo, $(J^{\mu}) = (\rho c \ \mathbf{J})$, sendo \mathbf{J} a corrente espacial e ρ a densidade de carga.

Como encontrar o tensor de Einstein?

- Dada uma métrica cujos índices estão associados ao espaço-tempo ($g_{\mu\nu}$), para encontrar o tensor de Einstein basta fazer uma sequência de derivações e somas, como abaixo indicadas:

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\mu\kappa}(\partial_{\lambda}g_{\nu\kappa} + \partial_{\nu}g_{\lambda\kappa} - \partial_{\kappa}g_{\nu\lambda}),$$

$$R^{\mu}_{\nu\lambda\kappa} = \partial_{\lambda}\Gamma^{\mu}_{\nu\kappa} - \partial_{\kappa}\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} + \Gamma^{\mu}_{\lambda\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\nu\kappa} - \Gamma^{\mu}_{\kappa\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\nu\lambda},$$

$$R_{\mu\nu} = R^{\lambda}_{\mu\lambda\nu}, \quad R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \quad \text{e} \quad G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R.$$

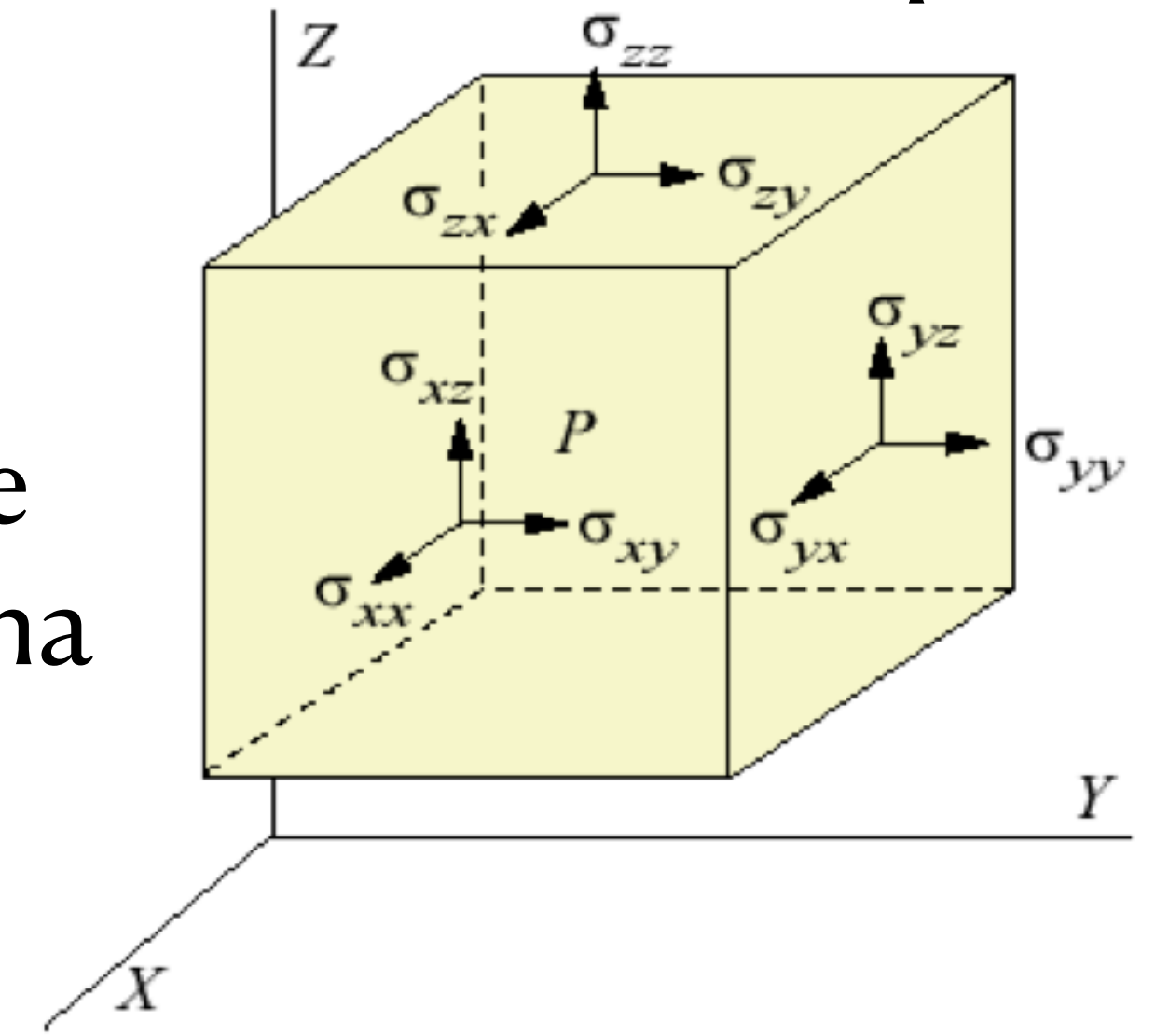
- Isto é o suficiente para definir o tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$. Basta seguir esses procedimentos algébricos para encontrá-lo.
- Veremos um pouco sobre “visualização” de tensores no próximo slide.

Comentário: Visualização de tensores de posto 2

- Aqui fazemos uma digressão inspirada em uma pergunta.
- Visualizar um vetor no espaço é algo simples, essencialmente é uma setinha, todos aqui sabem visualizar isso. Mas como visualizar um tensor no espaço?
- Primeiro lembremos que escalares e vetores são casos particulares de tensores (tensores de posto zero e posto 1 respectivamente), mas comumente só se usa o termo tensor para objetos geométricos com mais índices (dois ou mais).
- Para posto 2, há uma visualização bem conhecida, que passa pelo cubo mostrado a seguir. Sendo entendida essa, pode-se facilmente abstrair para tensores de qualquer posto em qualquer dimensão do espaço.

Comentário: Visualização de tensores de posto 2

- Consideremos um caso mecânico, para auxiliar na visualização: digamos que seja um tensor tensão (mas qualquer outro serve, por exemplo, o momento de inércia, que também é um tensor de posto 2).
- Ao fazer uma força na direção y , um fluido nem sempre desenvolve uma tensão exclusivamente oposta à força. Sua constituição interna pode conter certa anisotropia que leve a uma tensão em diferente direção também.
- O tensor tensão (de Cauchy) $\overleftrightarrow{\sigma}$ fornece a tensão resposta \mathbf{T} a um dado vetor de força numa direção \mathbf{n} . Explicitamente, $\mathbf{T} = \overleftrightarrow{\sigma} \cdot \mathbf{n}$. Mais explicitamente: $T^i = \sigma^i_j n^j$. — A dupla seta para denotar tensor só é conveniente para introduzir o tema, não iremos mais usar.
- Tal como demonstrado por Cauchy, a matriz dada por (σ^i_j) é mais do que uma coleção de números, ela descreve uma estrutura geométrica que generaliza a noção de vetor.



Comentário: "Visualização" de tensores gerais

- A visualização do tensor tensão de Cauchy em 3D não é difícil, mas em relatividade geral o espaço a ser considerado é 4D e há tensores de diferentes postos.
- Um tensor de posto 2 é uma estrutura geométrica que, quando atua num vetor, produz outro vetor. Isto pois $\mathbf{T} = \overleftrightarrow{\sigma} \cdot \mathbf{n}$, ou seja $T^i = \sigma^i_j n^j$, assim $\overleftrightarrow{\sigma}$ atua em \mathbf{n} e produz \mathbf{T} .
- É difícil visualizar $\overleftrightarrow{\sigma}$ sozinho, mas especificada a direção \mathbf{n} em que a força atua, o que $\overleftrightarrow{\sigma}$ faz é produzir o vetor \mathbf{T} .
- O que seria um tensor de posto 3? Sequer há notação de setinha para esse caso, mas é fácil intuir que é um objeto geométrico que, quando atua em dois vetores, produz um novo vetor. Por exemplo: $A^i = f^i_{jk} B^j C^k$.
- Assim podemos falar de tensor de posto n em uma dimensão D qualquer.
- Por “objeto geométrico” quero dizer que é uma grandeza que existe independentemente da escolha do sistema de coordenadas (isto é um teorema devido a Cauchy).

Comentário: Breve apresentação sobre o espaço vetorial dual

- Seja $v \in V$, em que V é espaço vetorial (espaço vetorial definido como vocês viram em álgebra linear, inclui o espaço de vetores euclidianos, mas é mais geral).
- Seja $f(v) \in \mathbb{R}$, isto é, $f: V \rightarrow \mathbb{R}$.
- *Teorema* (não demonstrado): O conjunto de todas as funções $f: V \rightarrow \mathbb{R}$ lineares em V forma um espaço vetorial.

Definição: Esse espaço vetorial é chamado de espaço dual a V e é denotado por V^* .

- Exemplo: Seja $v \in V$ dado por $v = v^\alpha e_\alpha$, em que $\{e_\alpha\}$ é base de V . Ou seja, $\{v^\alpha\}$ é um conjunto de números reais.

Seja $f(v) = f_\alpha v^\alpha$, em que $f_\alpha \in \mathbb{R}$. Logo $f: V \rightarrow \mathbb{R}$ e $f(v)$ é linear em v , logo $f \in V^*$.

Como V^* é espaço vetorial e mostra-se que ele tem a mesma dimensão de V , podemos escrever $f = f_\alpha e^\alpha$, em que $\{e^\alpha\}$ é base de V^* .

Note que $e^\alpha \neq e_\alpha$, cada um pertence a espaços vetoriais diferentes.

Relatividade Geral:

Os 4 testes clássicos

Primeiro teste: a órbita de Mercúrio (precessão do perihélio)

Segundo teste (e primeira previsão): deflexão da luz.

Terceiro teste: desvio para o vermelho gravitacional.

Quarto teste: atraso da luz ao passar próximos de grandes massas (uma onda que passa próximo ao Sol é tanto defletida quanto sofre um atraso).

Não podemos aqui ver os detalhes desses testes, mas é bom vocês terem ciência deles.

Vários outros foram propostos e realizados. Por motivos históricos, esses foram chamados de “clássicos”. Os 3 primeiros foram indicados por Einstein. O Quarto por Irwin Shapiro.

Relatividade Geral:

Os 4 testes clássicos

Primeiro teste

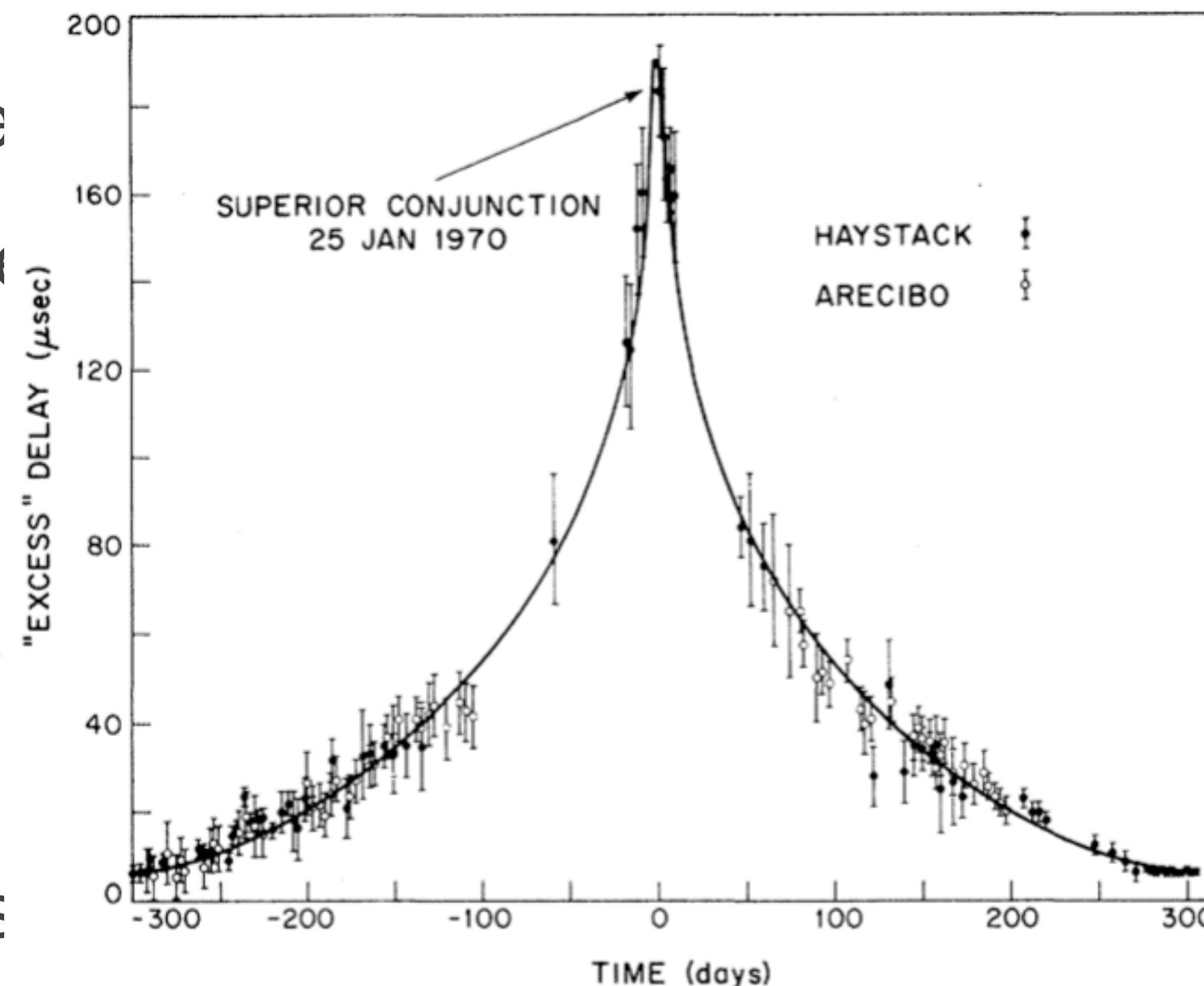
Segundo teste

Terceiro teste

Quarto teste:
onda é passa

Não podemos

terem ciência aeres.



perihélio)

JZ.

al.

grandes massas (uma
ndo sofre um atraso).

mas é bom vocês

• [Shapiro et al PRL 1971](#)

Vários outros foram propostos e realizados. Por motivos históricos, esses foram chamados de “clássicos”. Os 3 primeiros foram indicados por Einstein. O Quarto por Irwin Shapiro.

As equações de Friedmann

- As equações de Friedmann não são difíceis de serem obtidas a partir das equações de Einstein. Fazer a conta passo a passo é um bom exercício para quem quer começar a estudar relatividade geral.
- O ponto de partida é uma métrica especialmente simples que é homogênea e isotrópica, cujo único grau de liberdade é a expansão.
- Essa métrica não é a métrica do espaço-tempo “real”, pois ela só serve para um universo perfeitamente homogêneo e isotrópico. Contudo, ela é a base a partir da qual se insere perturbações que são úteis para descrever boa parte da evolução de nosso universo.

- A métrica em questão é dada por

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t) \end{pmatrix}, \text{ ou seja, } ds^2 = - dt^2 + a^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

Para a constante, temos Minkowski.

As equações de Friedmann

- Tudo o que temos de fazer é inserir essa métrica e calcular $G_{\mu\nu}$.
- **Exercício 4 (parte 1):** Calcule todas as componentes não nulas do símbolo de Cristoffel $\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu}$ para essa métrica. Comentário além do exercício: Para quem tiver especial interesse no tema, sugiro concluir as contas até encontrar $G_{\mu\nu}$.
- Além do tensor se Einstein, precisamos especificar quem é $T_{\mu\nu}$. Vamos usar o tensor energia momento de um fluido perfeito que é dado por: $(T_{\mu}^{\nu}) = \text{diag}(-\rho \quad p \quad p \quad p)$, em que ρ é a densidade de energia do fluido e p é a pressão do fluido. Como estamos considerando espaço homogêneo, ρ e p só podem depender do tempo.

As equações de Friedmann

- A equação de Einstein é $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$, e isso nos leva às seguintes duas equações:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho$$
$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right)$$

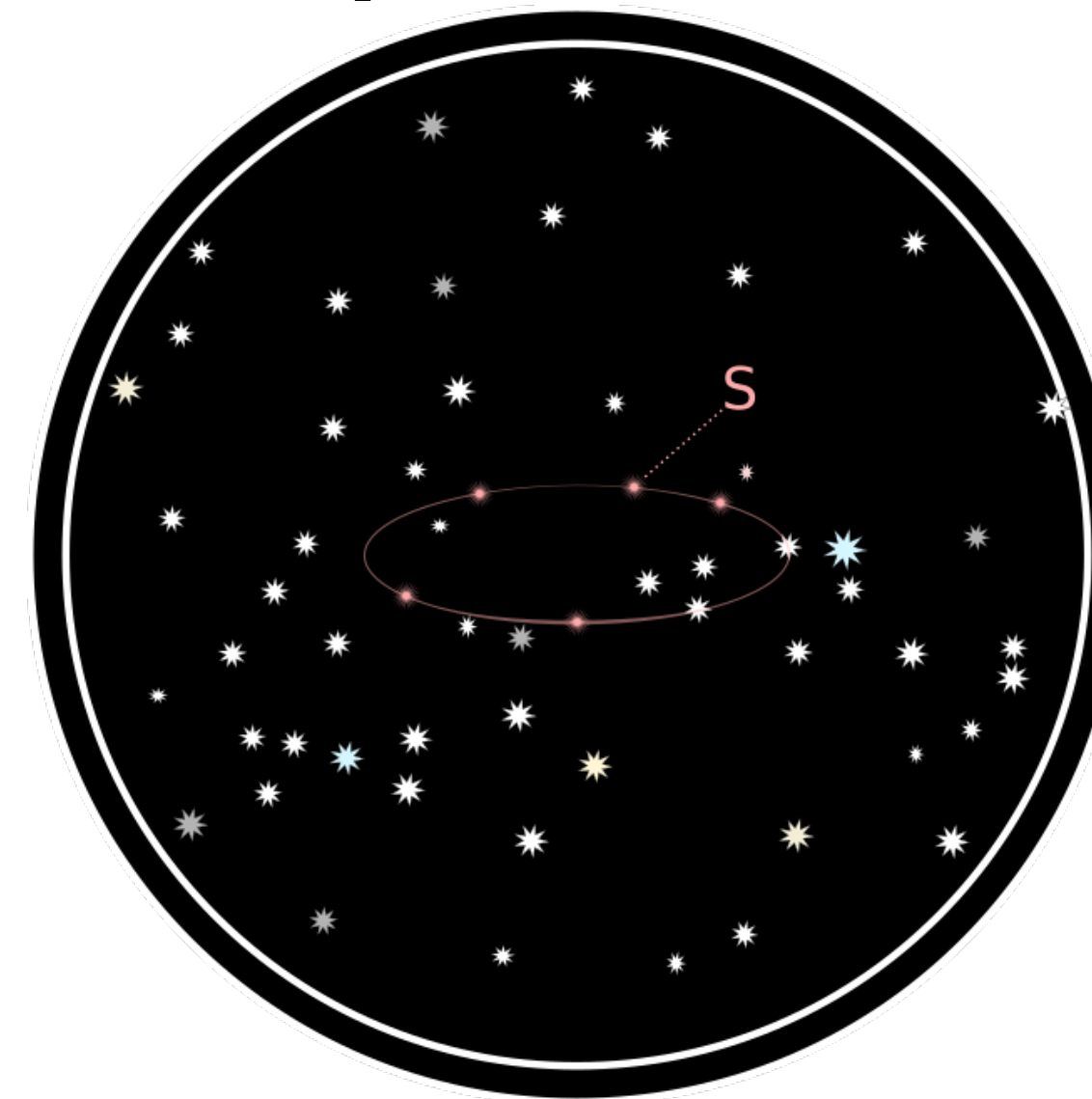
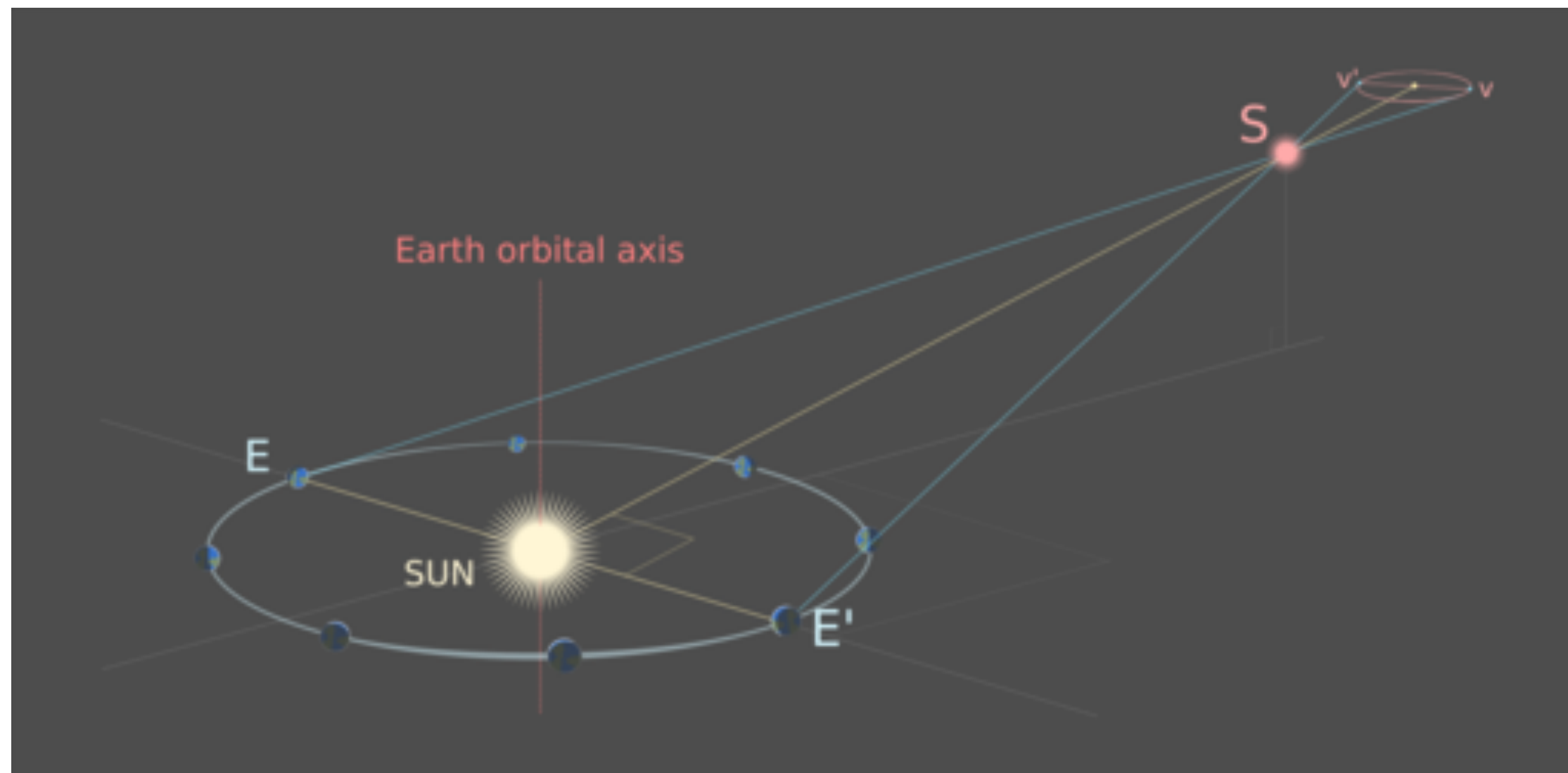
Essas duas equações são EDO's e chamadas de equações de Friedmann.

Uma é uma equação diferencial para a velocidade de expansão \dot{a} , a outra para a aceleração da expansão \ddot{a} . É uma combinação exótica para a mecânica: \dot{a} não está livre.

O fator $\frac{\dot{a}}{a} \equiv H$ é chamado de **parâmetro de Hubble**.

Como medir a expansão do universo?

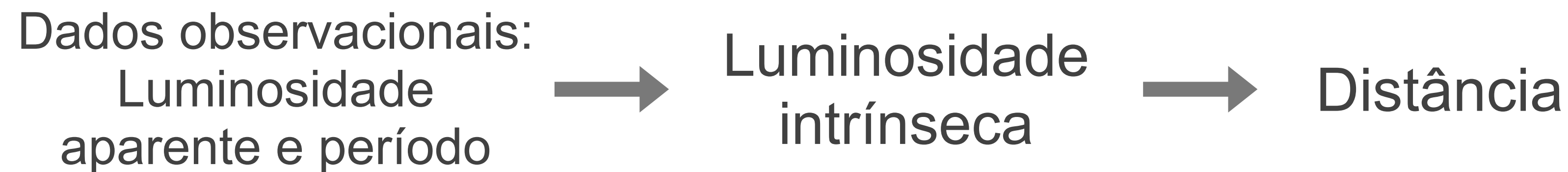
- Primeiro é necessário saber como medir distâncias muito além do sistema solar.
- A forma mais robusta, porém de "curto alcance", é via paralax:

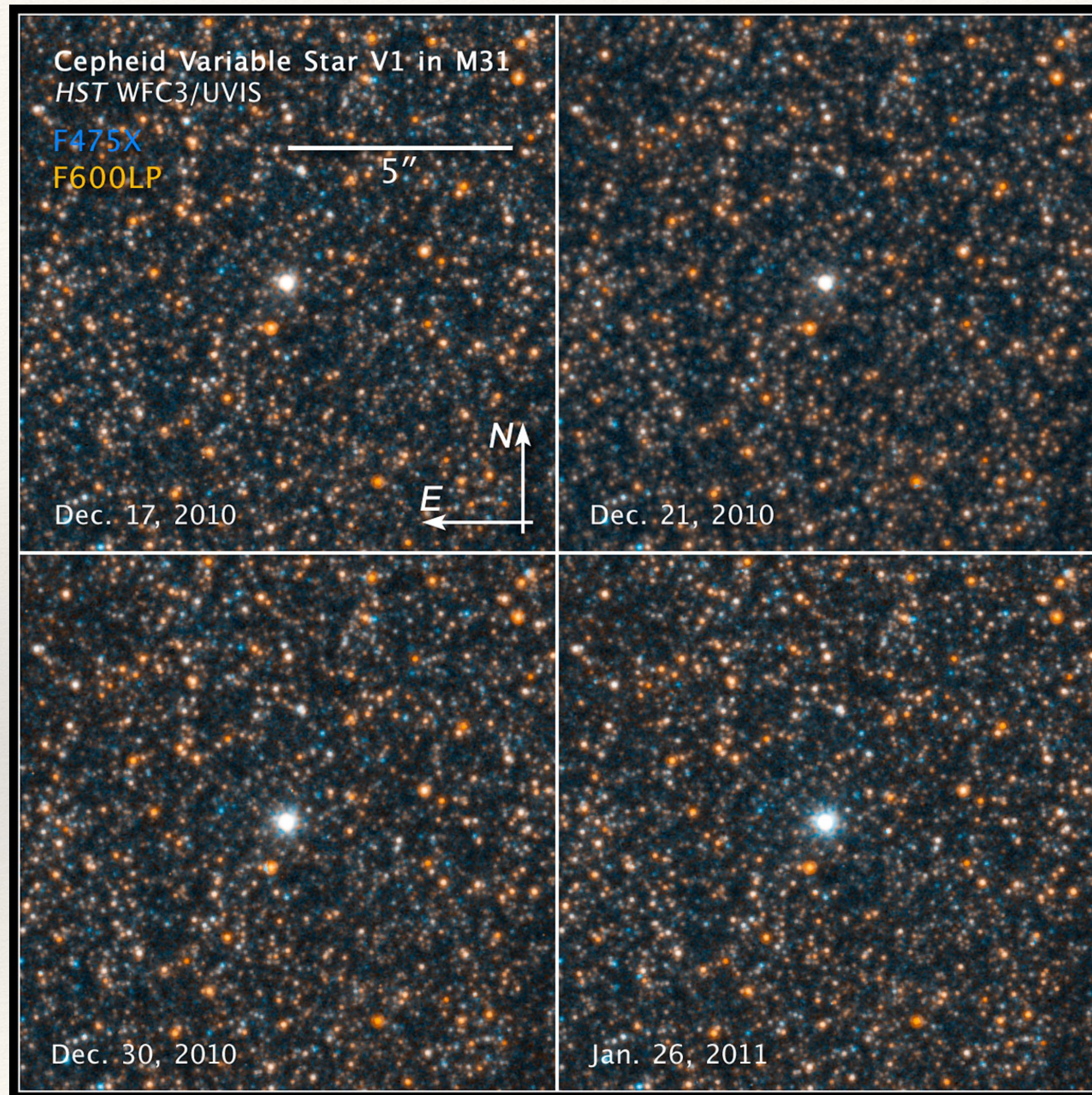


- Estrelas próximas têm movimento aparente devido a rotação da Terra em torno do Sol. Necessário precisão no mínimo da ordem de 1 segundo de arco. (Definição do parsec = pc).
- O telescópio Hubble atinge ~20 microsegundos de arco, o suficiente para medir distâncias de até uns 10 mil anos luz ~ 3 kpc. Mas isso é pouco, o centro da nossa galáxia está a ~8 kpc.

Como medir a expansão do universo?

- Hubble, o cientista, usou estrelas de certo tipo, chamadas de estrelas cefeidas, para determinar nossa distância até outras galáxias. Andrômeda por exemplo está a $\sim 2,5$ Mega anos luz, ou $\sim 0,8$ Mpc.
- As estrelas podem ter brilhos muito variados. A mais próxima de nós, sem ser o Sol, não pode ser vista a olho nu. Ou seja, mais brilho não significa que esteja mais próxima.
- Existe uma classe de estrelas chamadas cefeidas, essas são muito brilhantes e seu brilho oscila com um período de dias.
- Para as estrelas cefeidas, é possível fazer as seguintes passagens:





<https://www.spacetelescope.org/announcements/ann1110/>

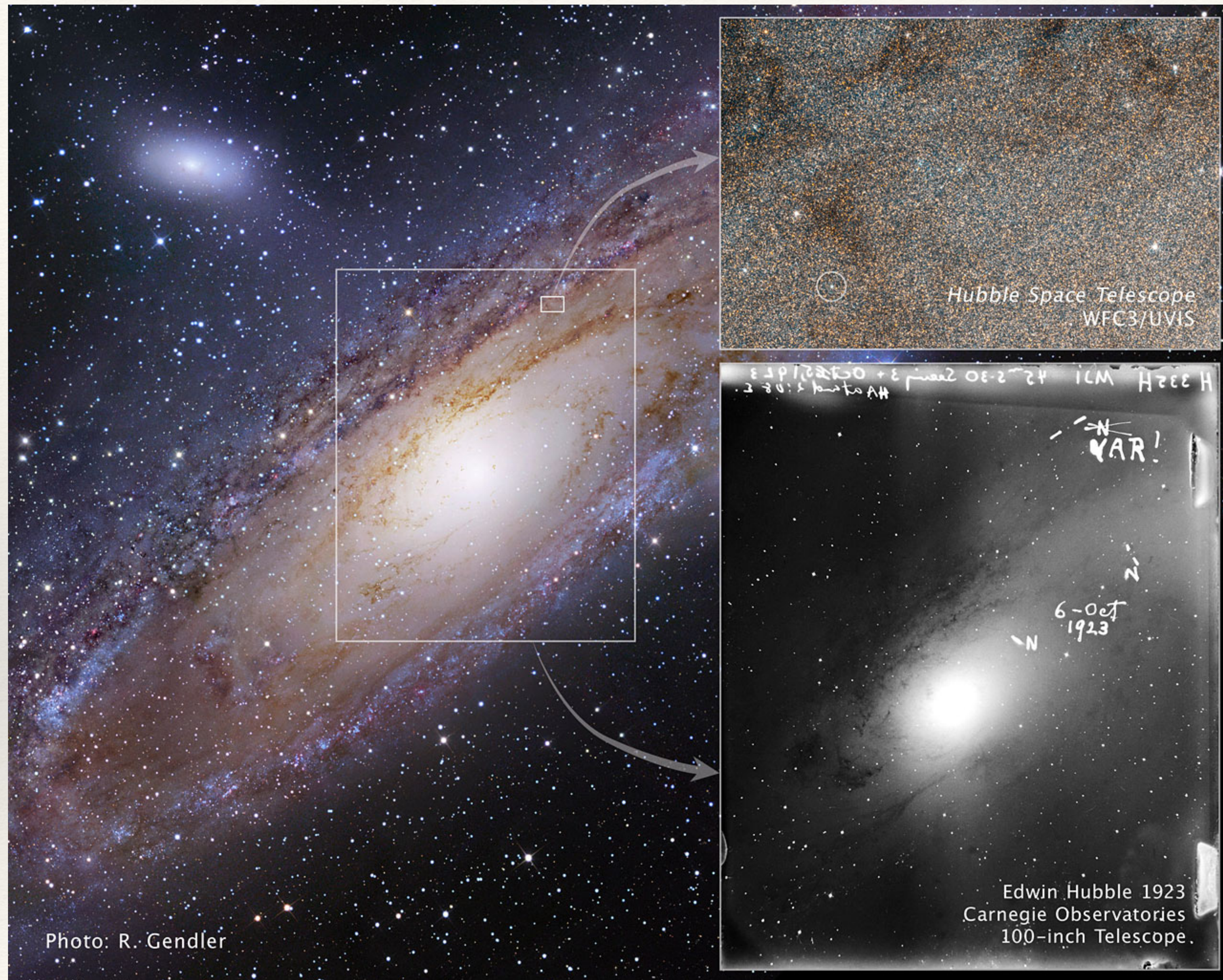


Diagrama de Hubble: histórico

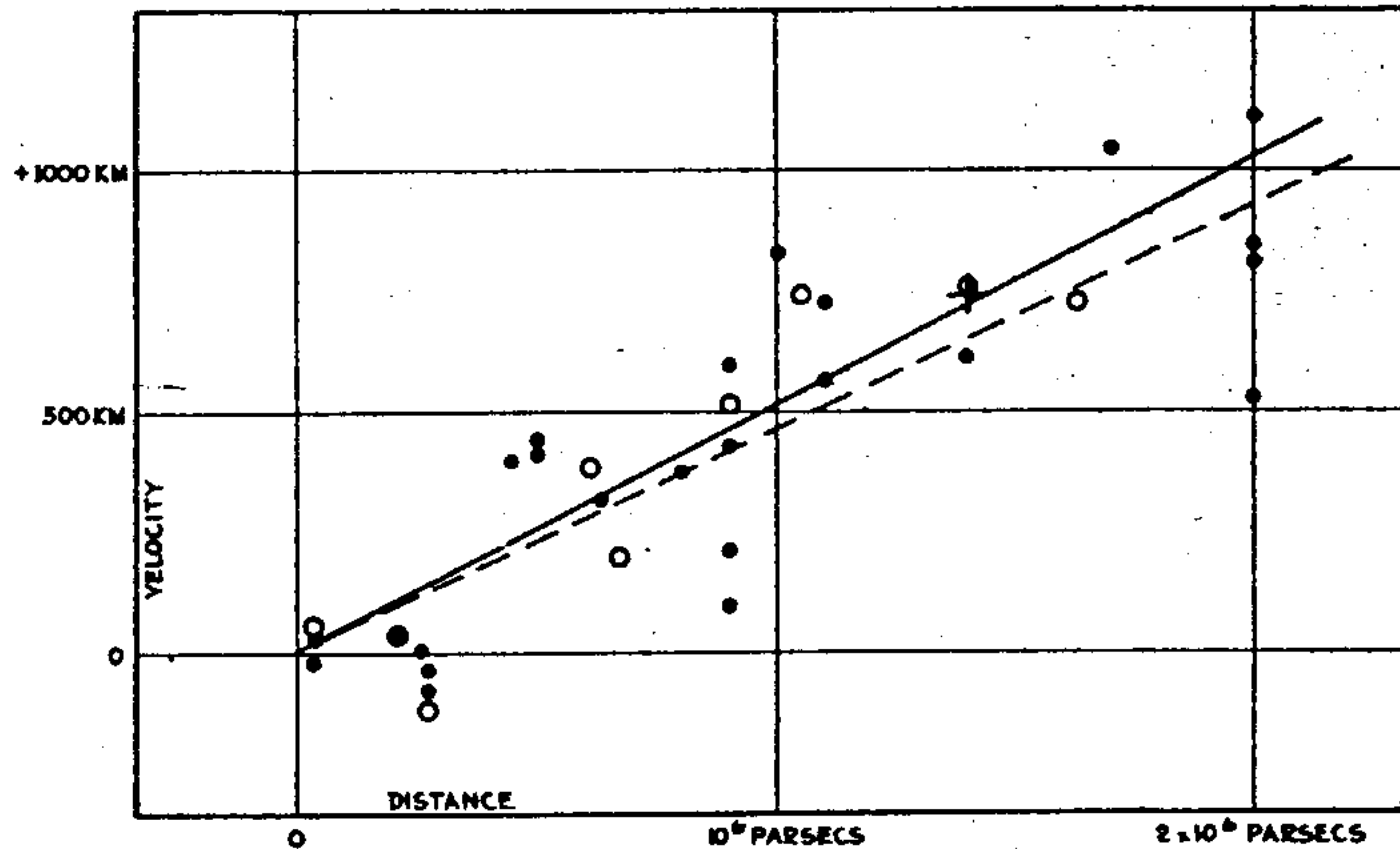


FIGURE 1

Diagrama de Hubble

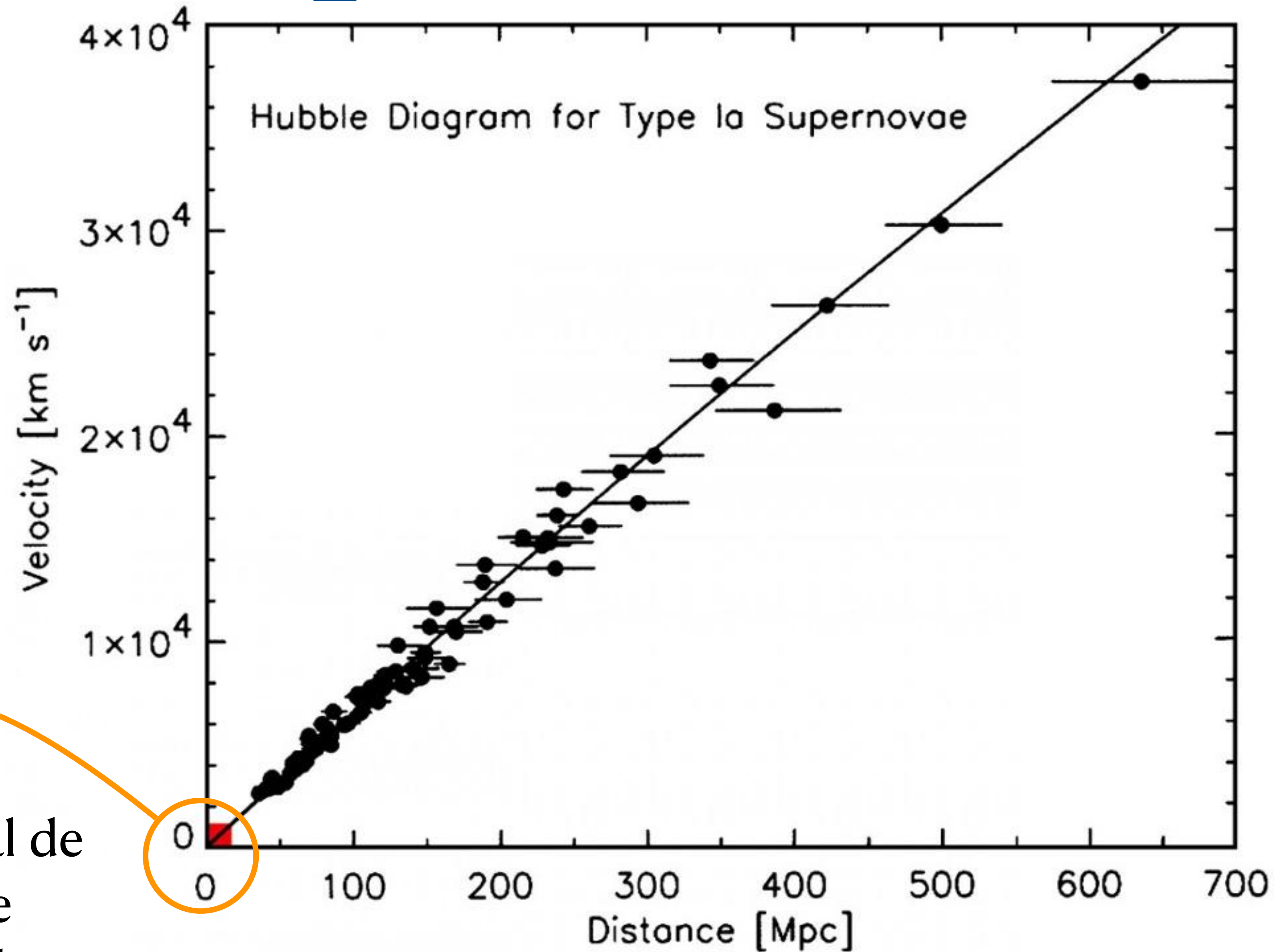


Diagrama original de Hubble está neste quadrado vermelho.

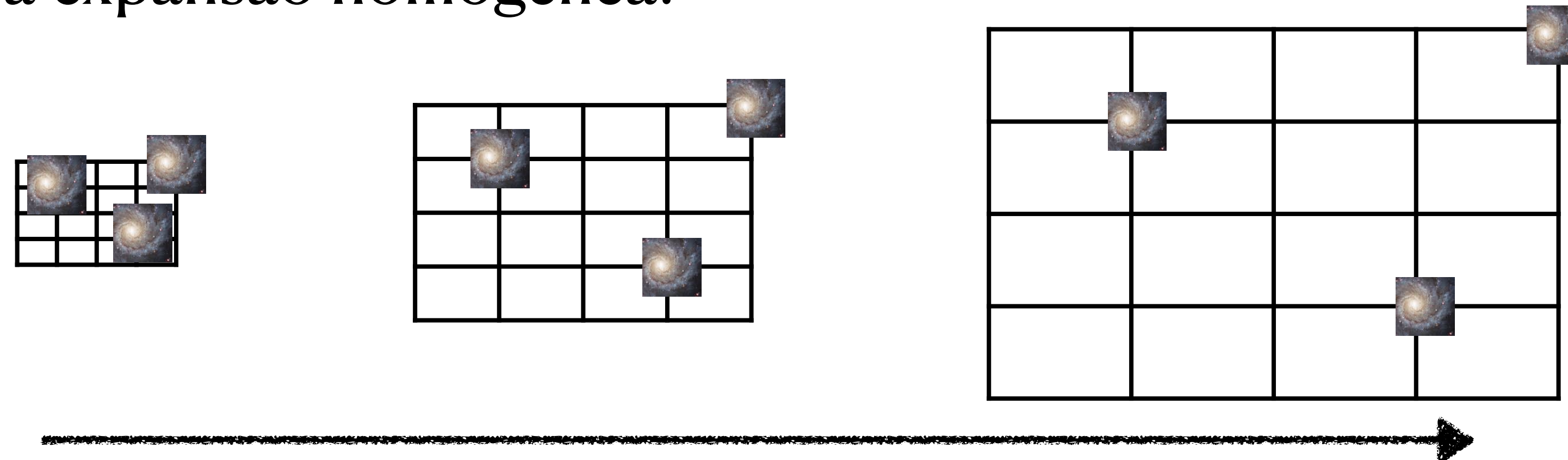
Robert Kirshner, PNAS, 101, 1, 8-13 (2004)

Como entender a expansão do universo?

- Atualmente o valor medido da constante de Hubble é de aproximadamente

$$H_0 = 70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$$

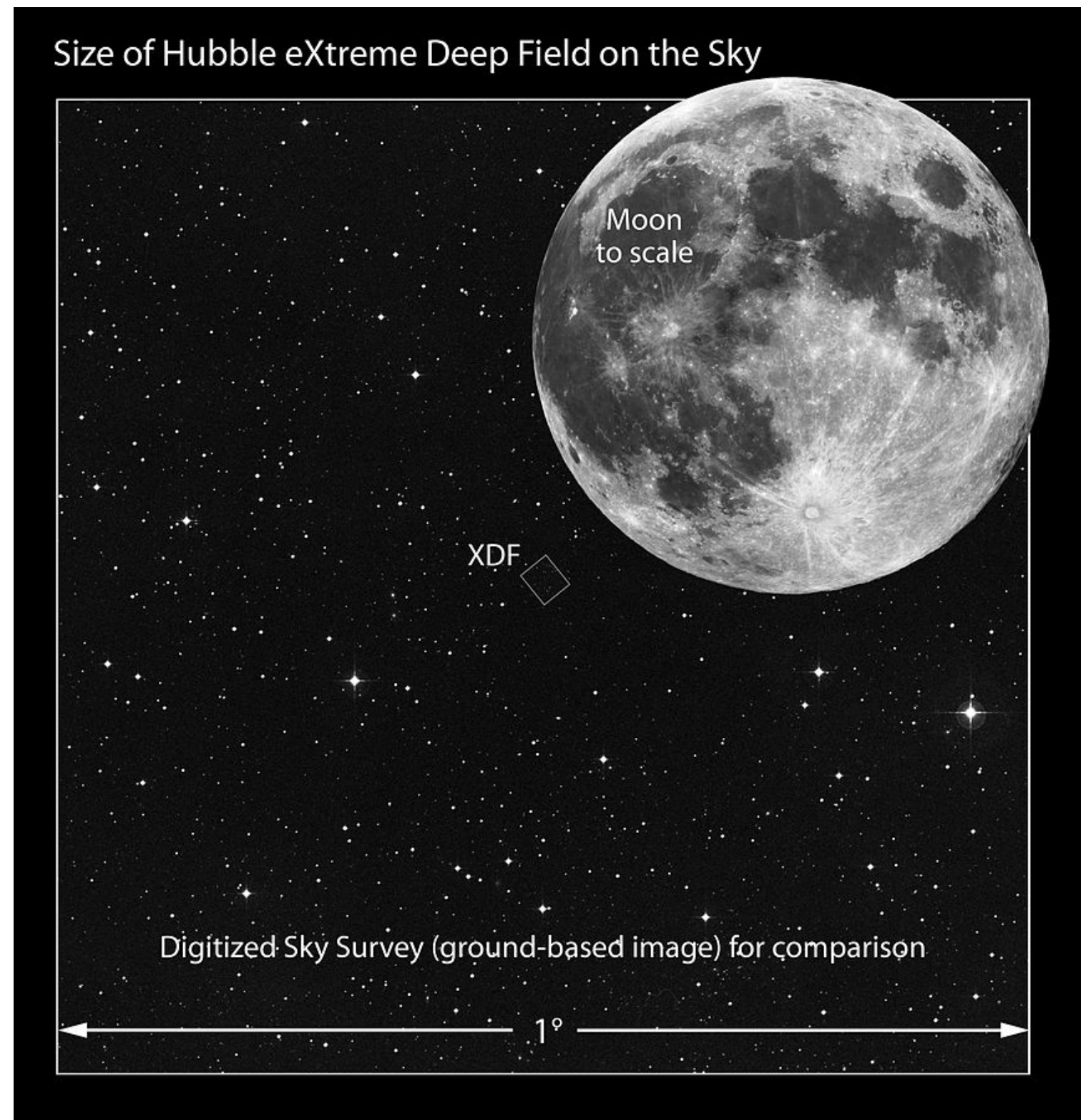
- A distância típica entre duas grandes galáxias é de 1 Mpc, ou aproximadamente 3 milhões de anos luz. Este valor indica que, em média, galáxias vizinhas se separam a uma velocidade de 70 km/s. Galáxias que distam 100 Mpc se separam em média a 7.000 km/s.
- Todas as observações são condizentes com expansão das distâncias entre as galáxias sem nenhum centro, uma expansão homogênea.



Crescimento das distâncias no tempo

Como seriam as galáxias mais antigas que podemos ver?

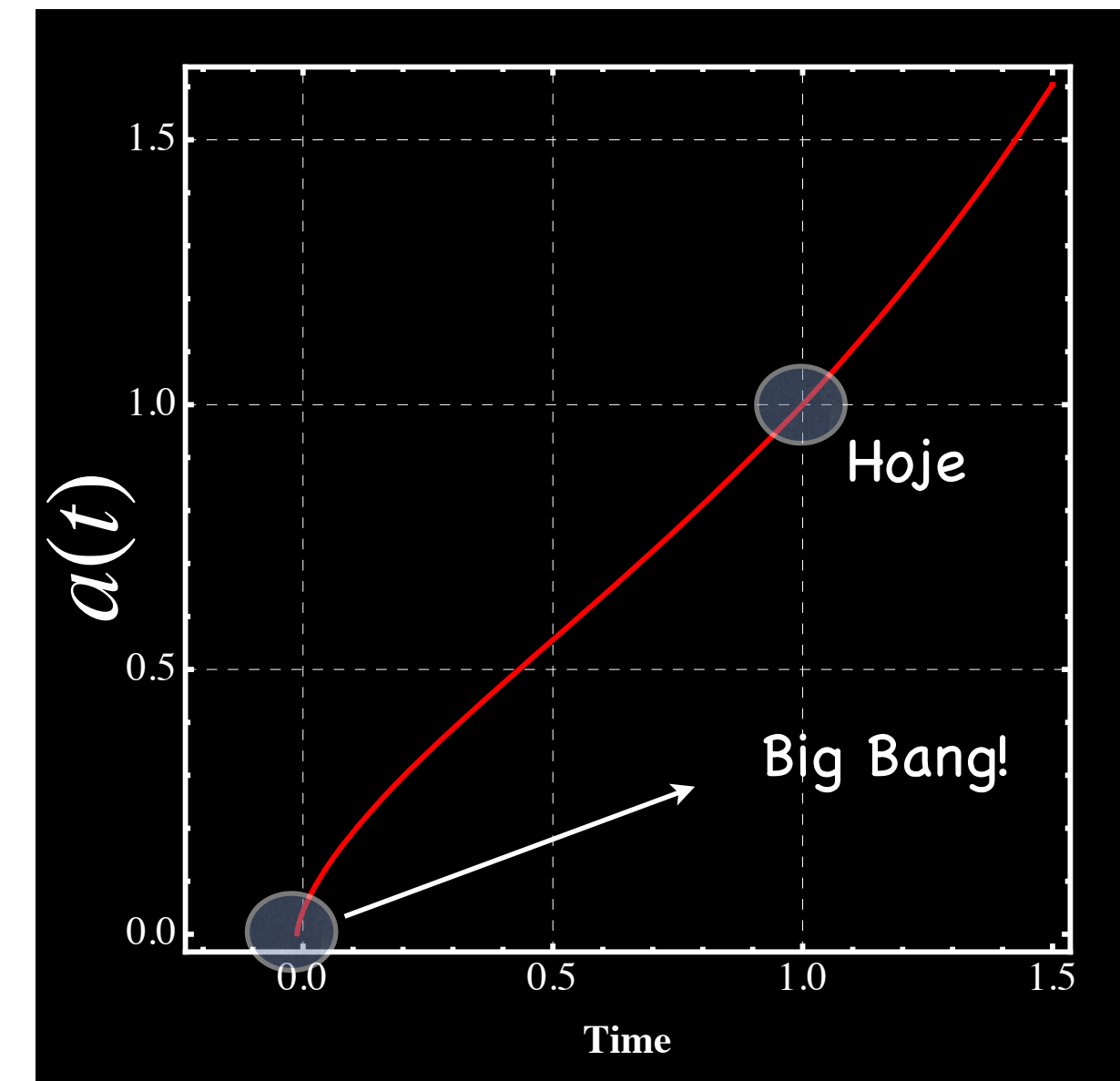
- As galáxias mais antigas já observadas...
- 13,2 bilhões de anos atrás!
- Vemos "galáxias bebês" aqui.



http://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/hubble_UDF.html

Big bang

- Quanto antes no tempo, mais próximo as galáxias estavam.
- As equações de Friedmann prevêm que, na presença de qualquer matéria, indo para trás no tempo, o fator de escala $a(t)$ diminui, se aproximando assintoticamente de $a = 0$ e $H = \infty$.
- Quanto mais se comprime as distâncias no universo, mas “quente” ele fica. Isso é consequência do seguinte: a matéria não relativística, evolui da seguinte forma $\rho \propto a^{-3}(t)$. Mas a densidade de energia da radiação satisfaz $\rho_{rad} \propto a^{-4}(t)$.
- Este comportamento tem a seguinte interpretação: além da mudança do volume do espaço, que contribui com a^{-3} , a energia de qualquer onda eletromagnética é aumentada proporcionalmente ao inverso de seu comprimento. Logo, ganha-se uma fator a mais $a^{-1}(t)$. Esta interpretação é consequência da equação de estado $\rho = \frac{1}{3}p$.



Big bang

- Quanto antes no tempo, mais próximo as galáxias estavam.

• **Exercício 4** (parte 2): No espaço homogêneo em expansão, vale a seguinte equação de conservação: $\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0$.

• Mostre que i) $p = 0$ implica que $\rho \propto a^{-3}$ e

• fii) $\rho = p/3$ (eq. de estado de gás de fótons) implica que $\rho \propto a^{-4}$.

• Comentário além do exercício: essa equação de conservação é consequência da conservação do tensor energia momento, que é expressa por $\nabla_{\mu} T^{\mu}_{\nu} = 0$, em que ∇_{μ} é uma derivada covariante, ela depende de ∂_{μ} e de $\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda}$.

• a mais $a^{-1}(t)$. Esta interpretação é consequência da equação de estado $\rho = \frac{1}{3}p$.

S

e

1.5

e

ng!

1.5

a

or

Bariogênese

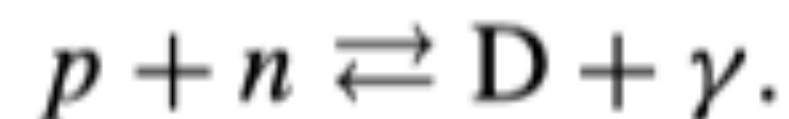
- Como o universo surge com uma densidade de energia acima de qualquer coisa conhecida, inicialmente não havia qualquer partícula composta, não só átomos, mas prótons e nêutrons não poderiam existir.
- Assim, o universo precisa passar por um período chamado de **bariogênese**, o que ocorre quando o universo tinha menos de 1 segundo de existência e a energia média dos fótons era inferior a 1 GeV (quando a energia média é maior, qualquer bárion que se forme é rapidamente destruído).
- É um processo não perfeitamente bem entendido; há em especial uma questão em aberto sobre a quebra da simetria entre matéria e antimatéria. Associado a isso, está a violação da conservação do número bariônico.

Nucleossíntese devido ao Big Bang

- O núcleo do hidrogênio (H) é simplesmente um próton (nesse período o universo era quente demais para haver átomos).
- Entre a bariogênese e a nucleossíntese, prótons e nêutrons estavam em equilíbrio a partir das reações:



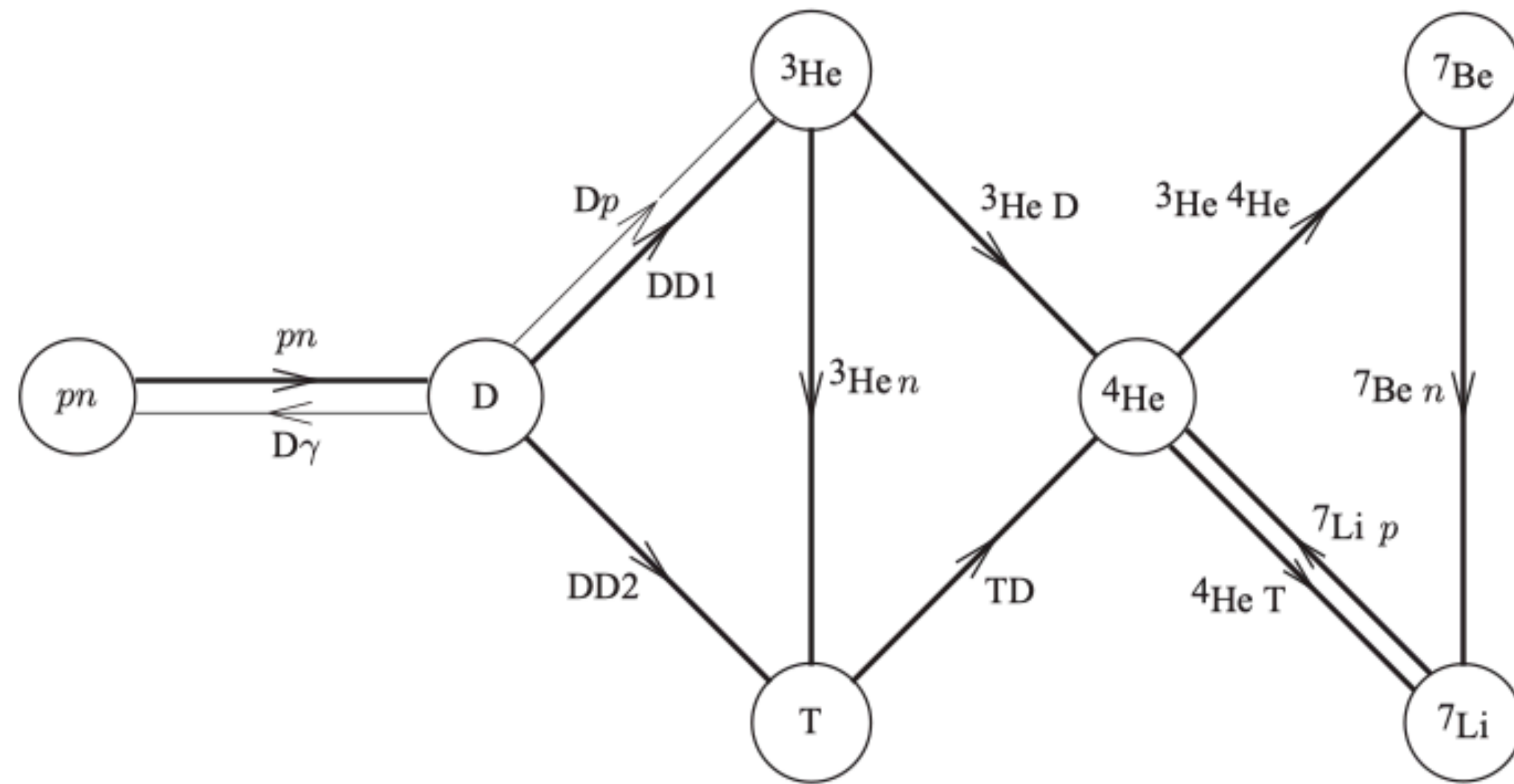
- Nêutros livres poderiam existir abundantemente, pois essas reações eram frequentes e a vida média de um nêutron livre é de ~14 min, enquanto a nucleossíntese começa quando o universo tinha menos de 3 minutos.
- O primeiro núcleo com mais de um bárion que foi formado foi o deutério (D), formado por p+n:



- E em seguida veio o ${}^4\text{He}$. Reações com quádrupla colisão $p + p + n + n \rightarrow {}^4\text{He}$ eram muito improváveis, assim foi necessário primeiro criar uma quantidade abundante de deutério, para depois gerar novos elementos. Calcular essas reações está bem além de nosso curso.

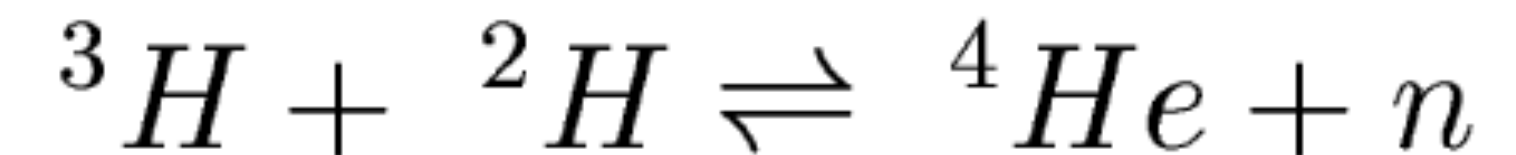
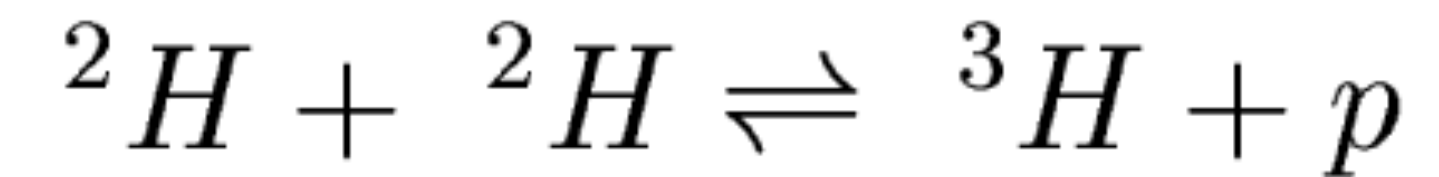
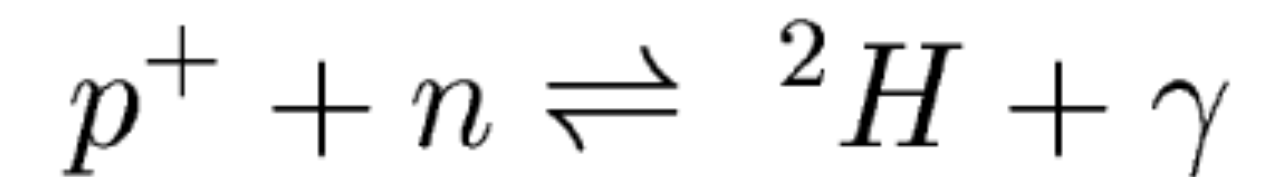
Nucleossíntese devido ao Big Bang

- Ilustração da sequência de reações que levam ao ^4He e até a formação do lítio ^7Li :



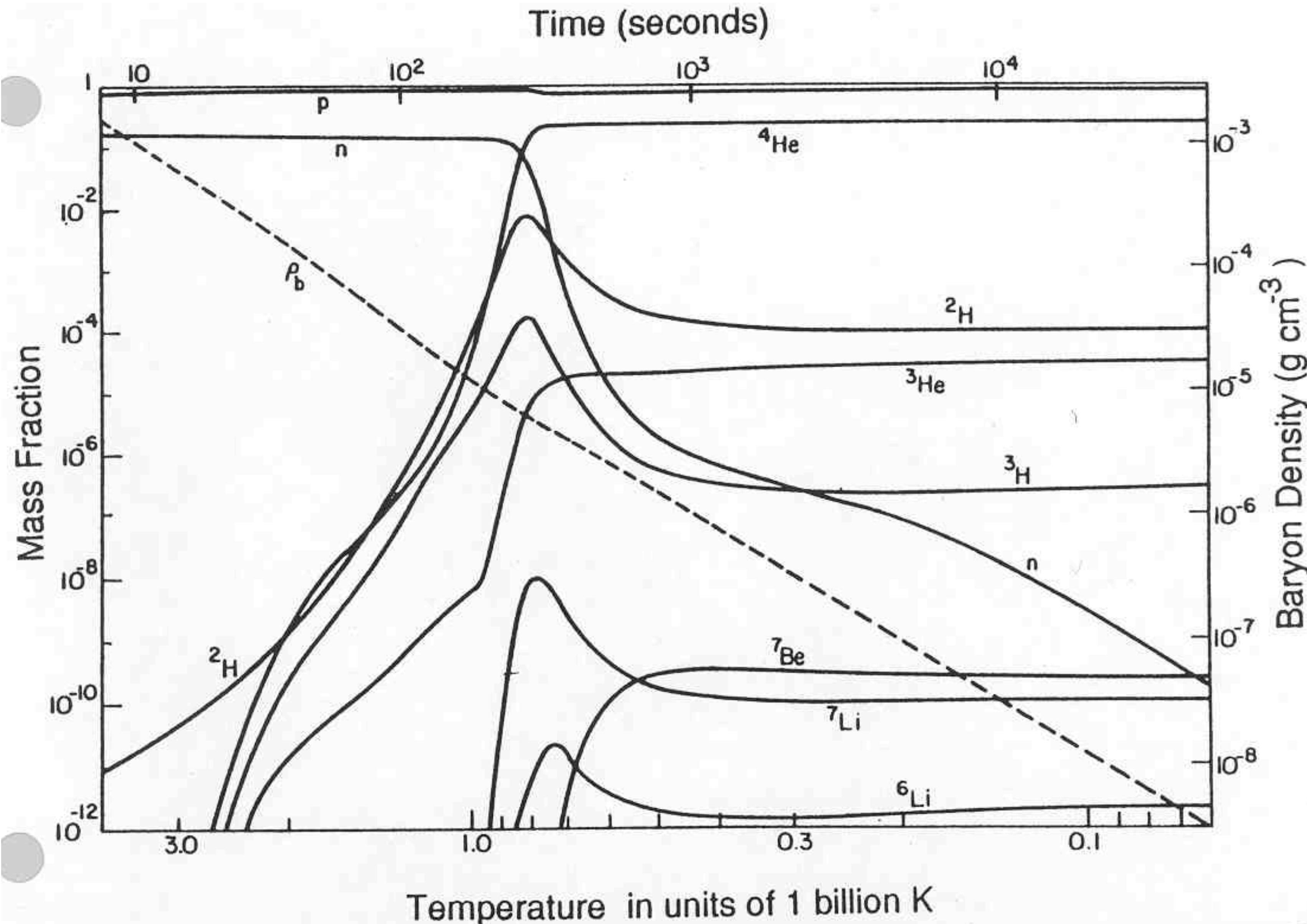
Principais reações:

($^2\text{H} = \text{D}$ e $^3\text{H} = \text{T}$)



- A fig. é do livro de cosmologia do Mukhanov. T acima se refere ao trítio, ou ^3H , que é instável, decaindo em ^3He . O ^7Be é um isótopo instável do berílio, decai em ^7Li .
- Pode-se prever as abundâncias de cada um desses elementos gerados e comparar com observações atuais.

Nucleossíntese devido ao Big Bang



A nucleossíntese primordial leva ao ⁴He como o núcleo mais abundante no universo, depois do H.

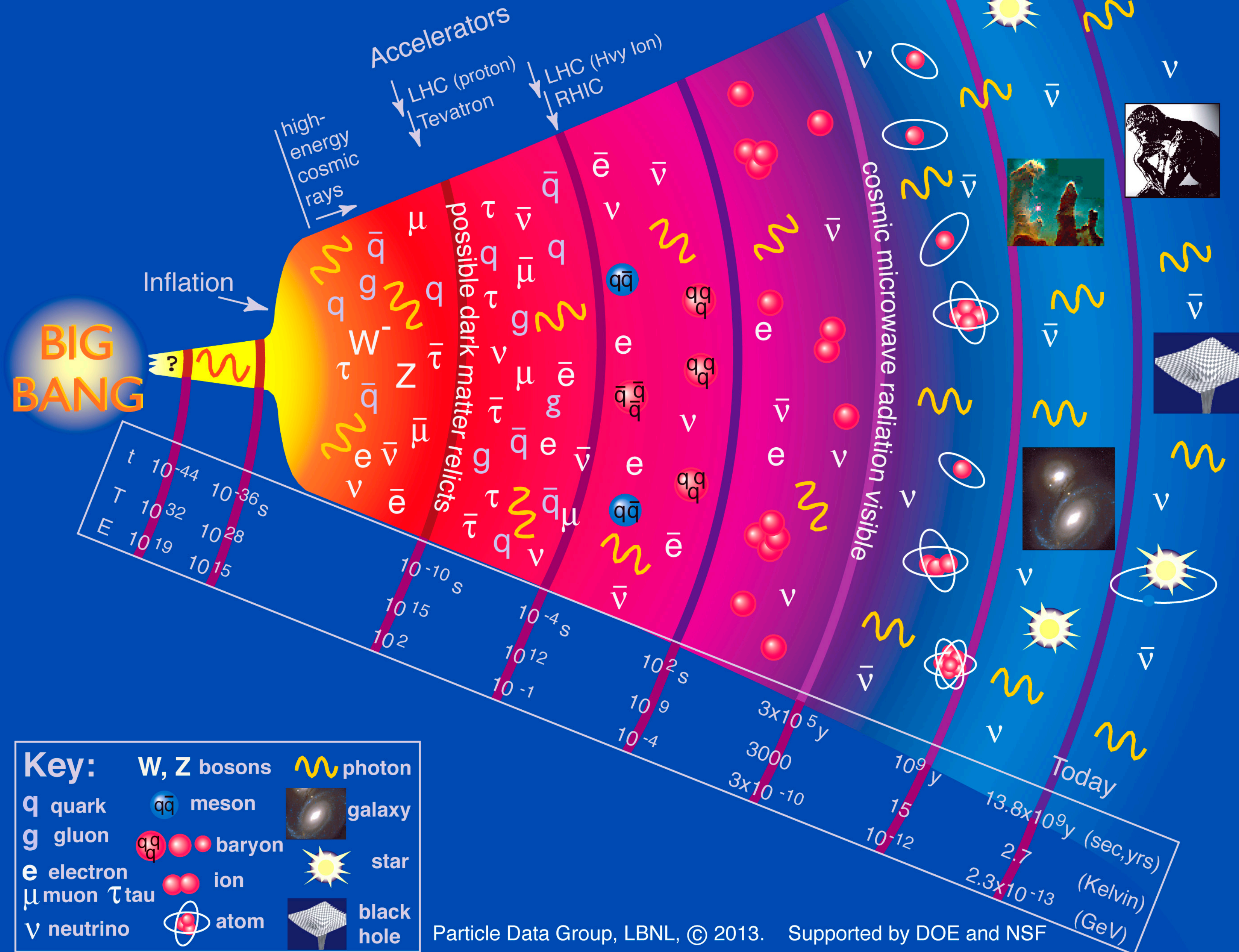
O berílio formado na nucleossíntese decairá em Li.

O ⁷Li é estável e é o terceiro e último elemento formado pela nucleossíntese primordial.

Todos os demais elementos são formados mais tarde...

History of the Universe

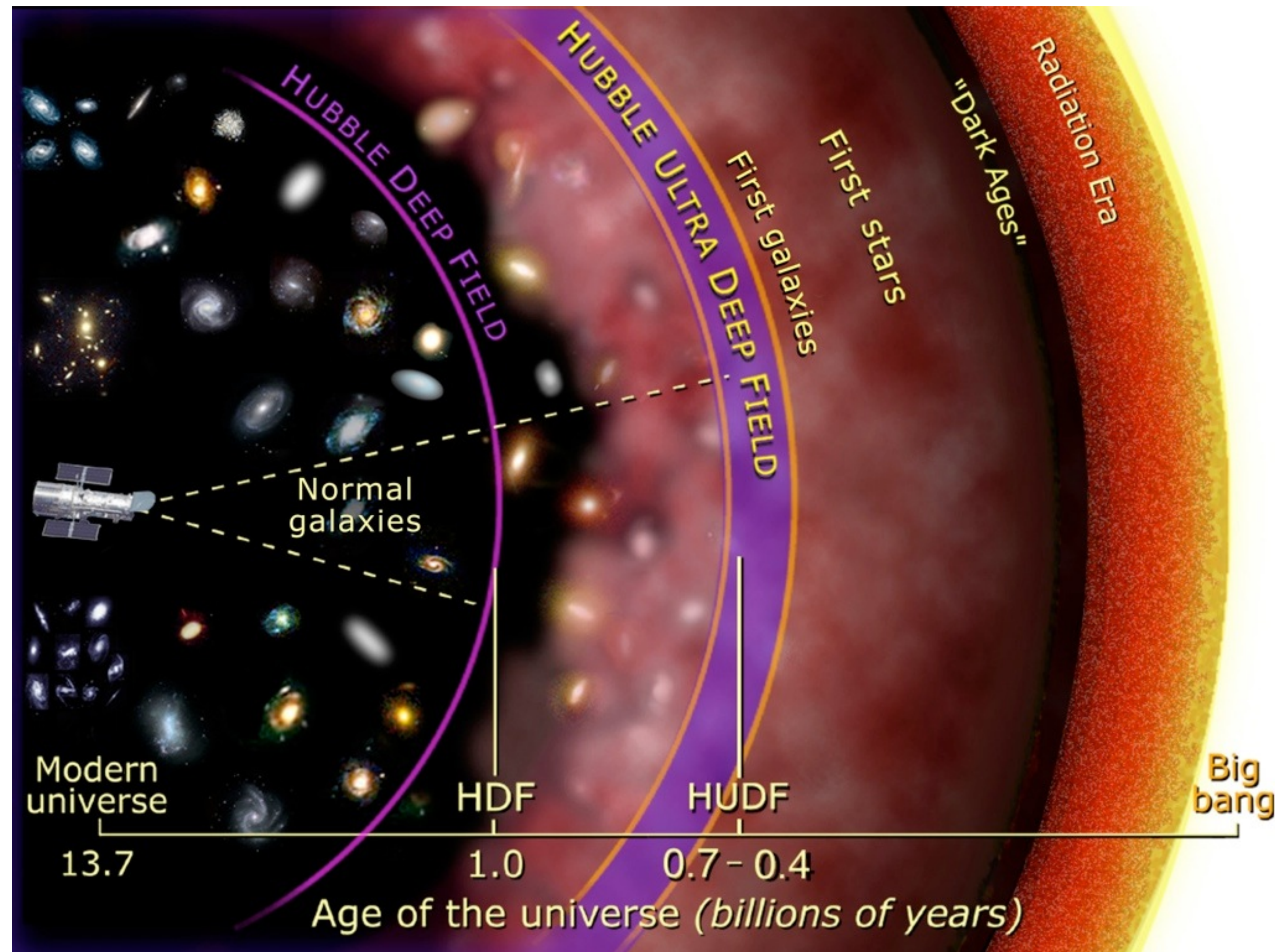
Esboço da história térmica do universo



Feito por: Particle Data Group.

Clique na imagem para o original.

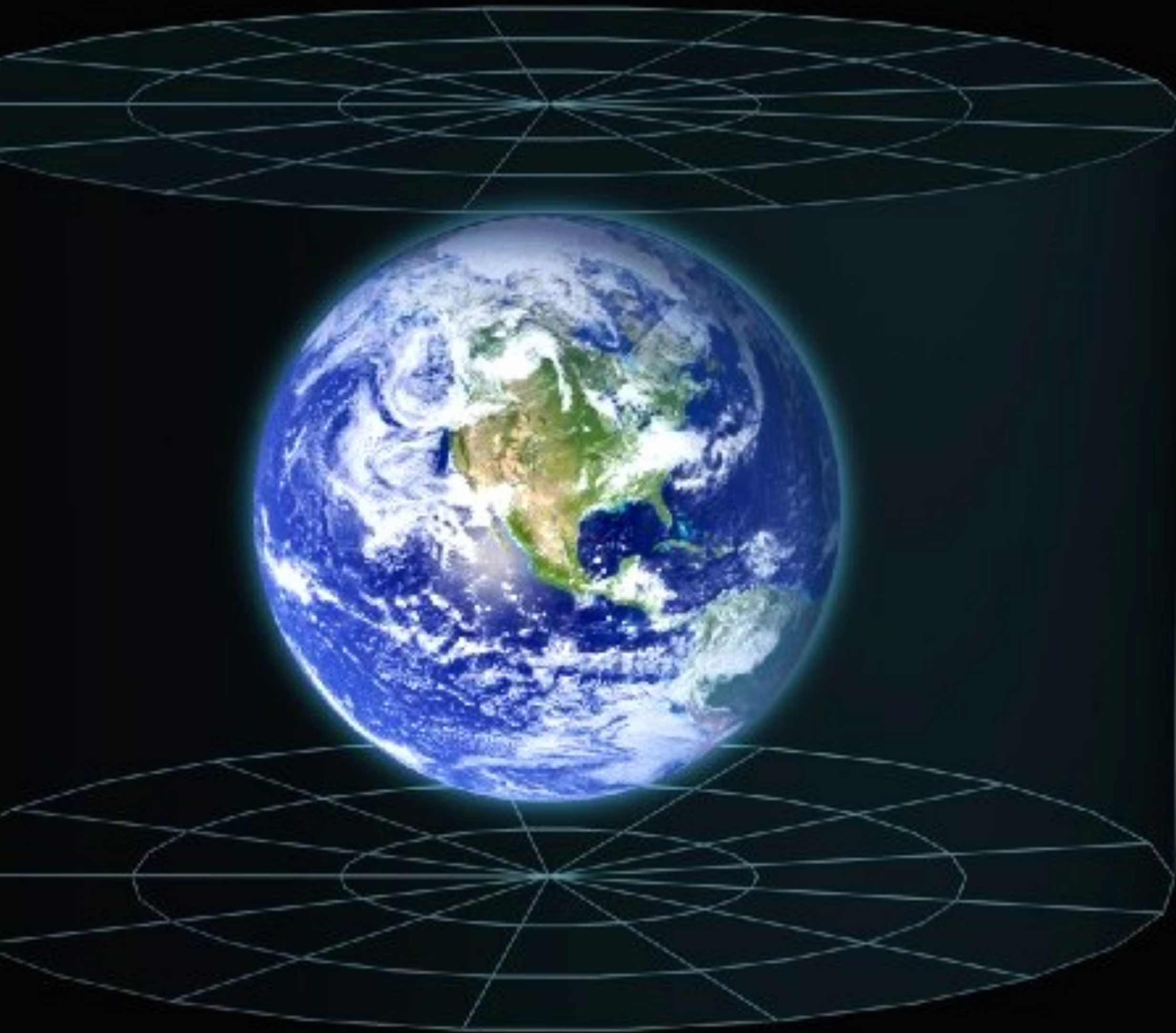
Aonde estamos? Um esboço



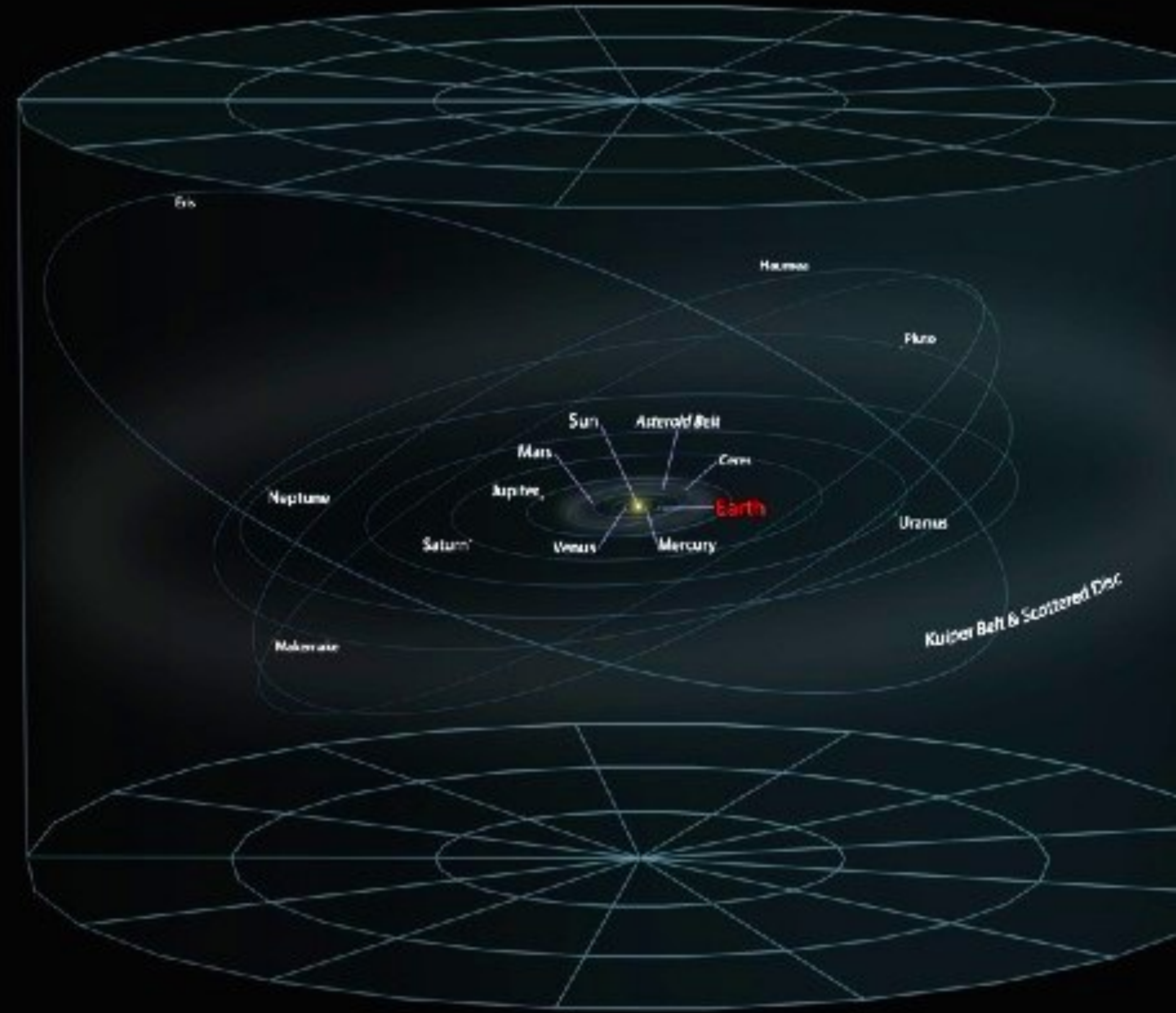
Creditos: UDF - NASA/ESA/S. Beckwith(STScI) and The HUDF Team.

Nota: dados atuais favorecem 13.8 bilhões de anos para a idade do universo, ao invés de 13,7 bilhões. Esse gráfico foi feito antes dos primeiros dados do satélite Planck.

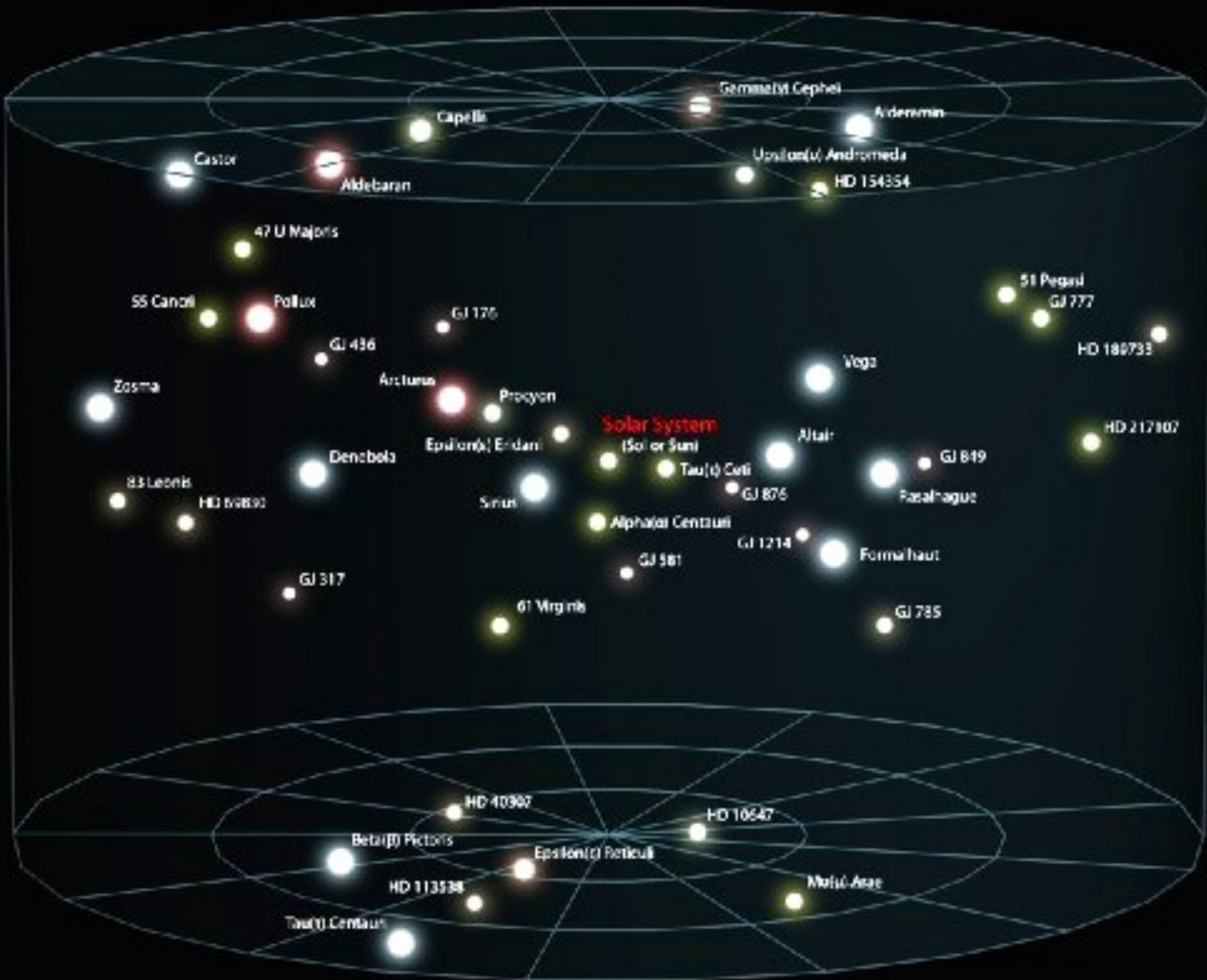
Earth



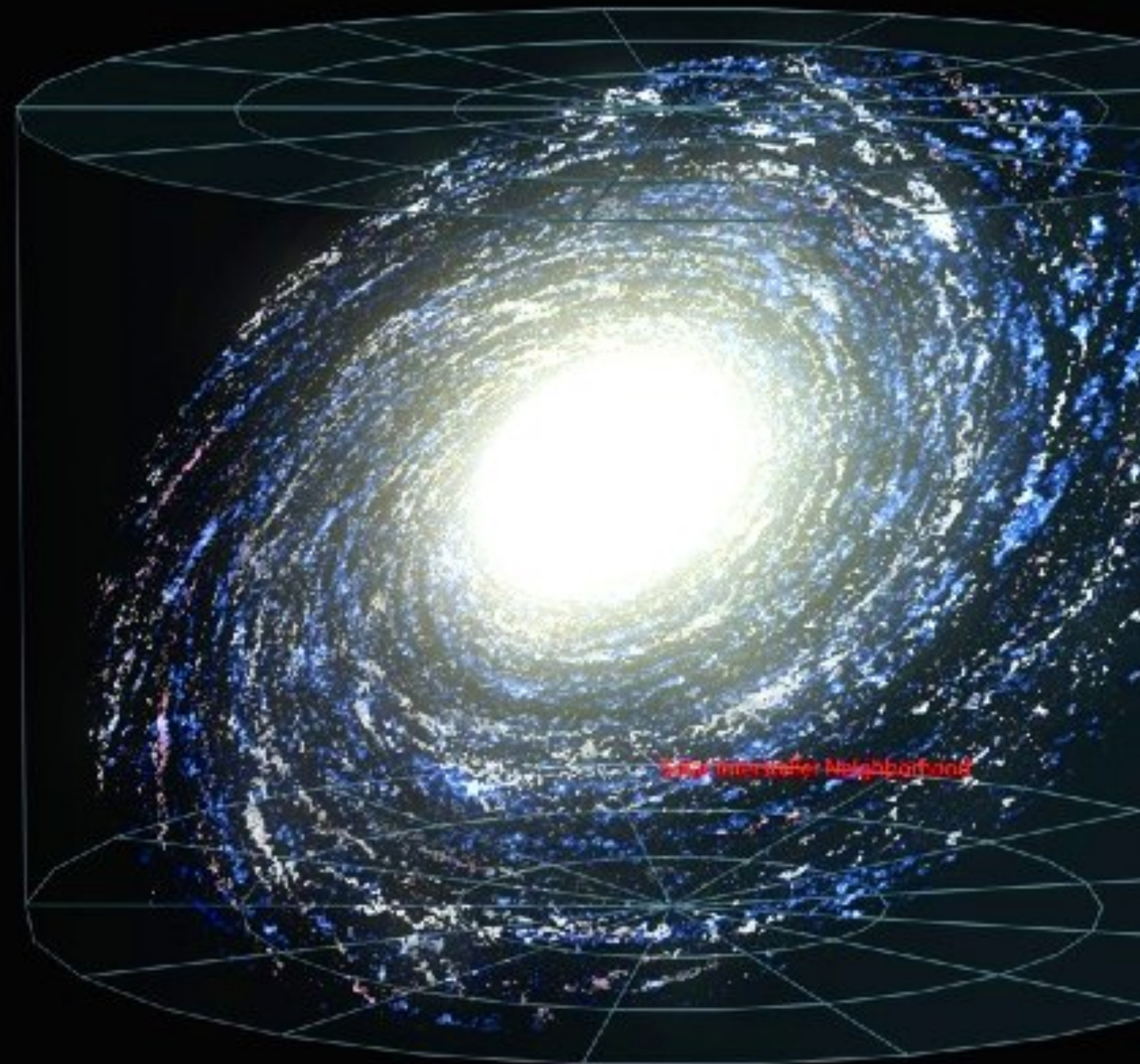
Solar System



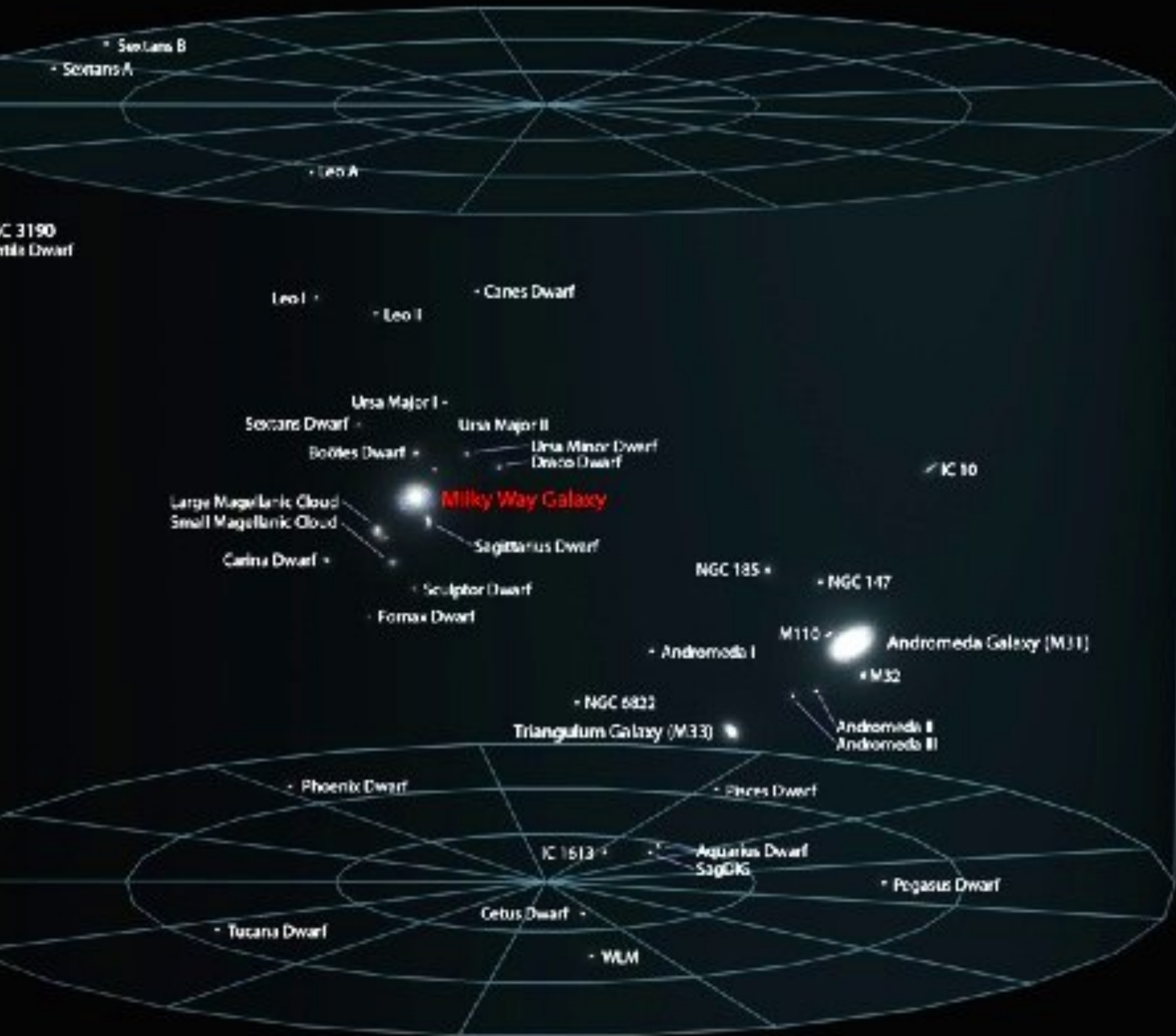
Solar Interstellar Neighborhood



Milky Way Galaxy



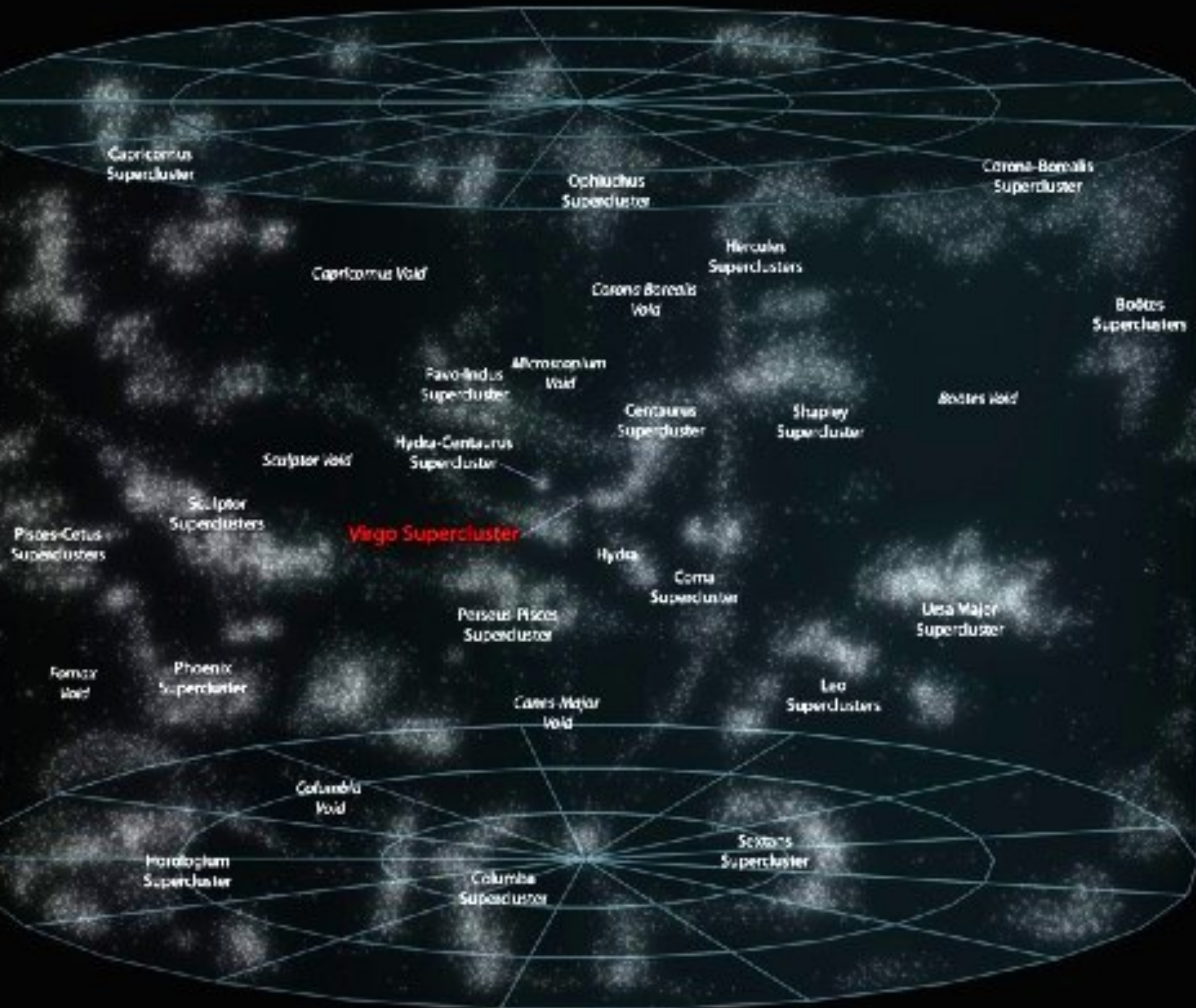
Local Galactic Group



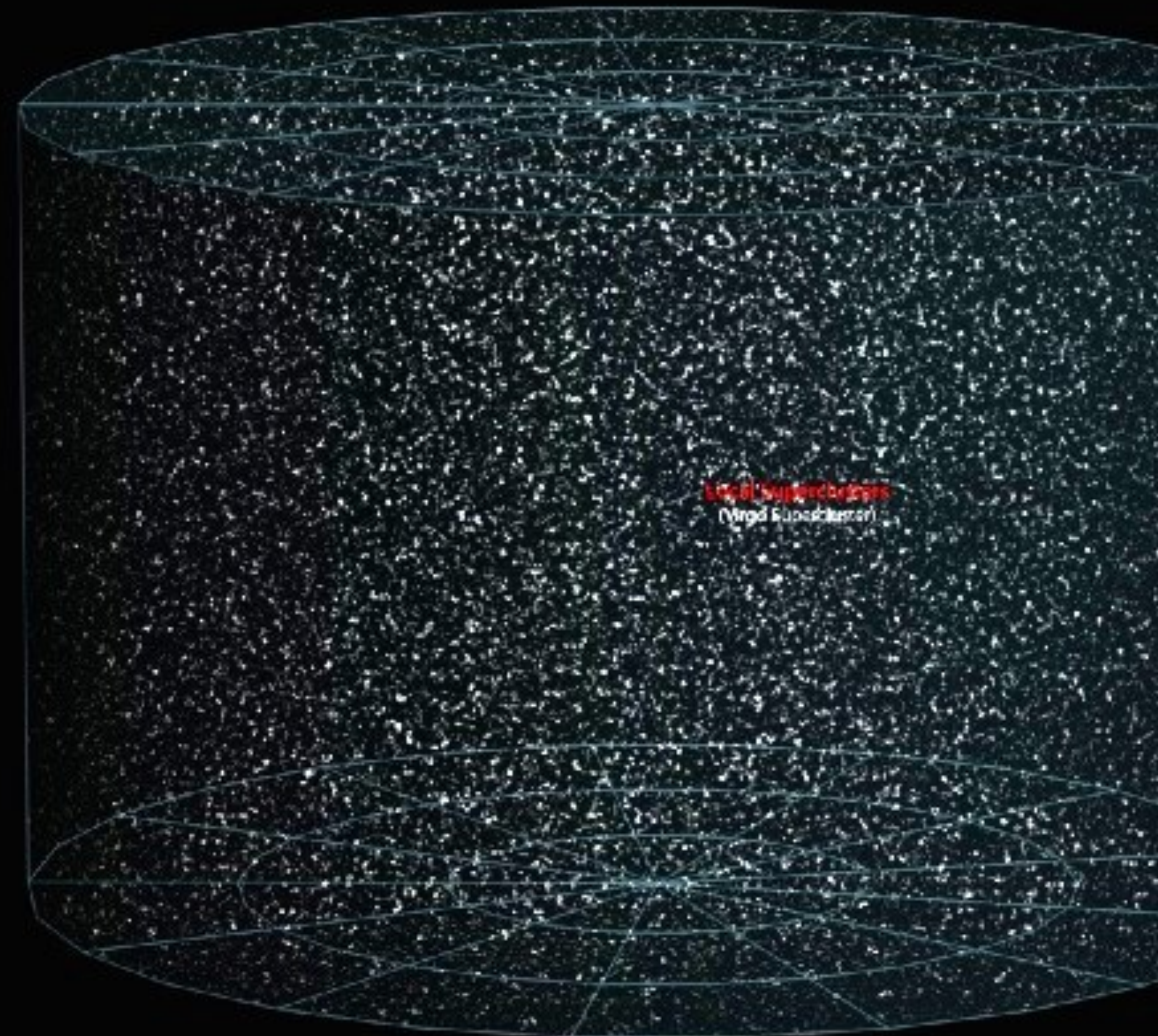
Virgo Supercluster



Local Superclusters



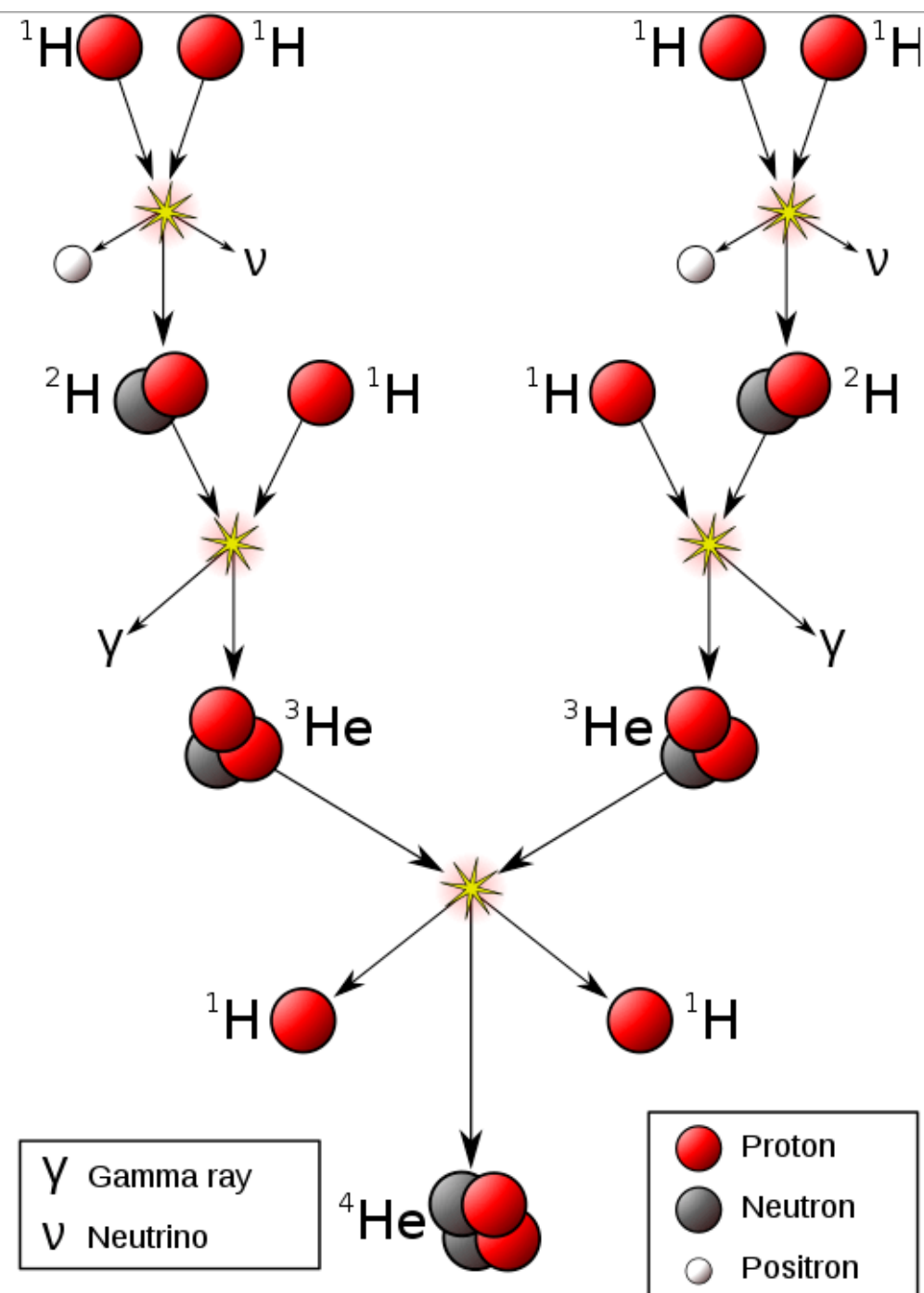
Observable Universe



Formação de estruturas

- Pela equação de Friedmann, vemos que o universo começa em alta densidade e temperatura (temperatura mais alta que o núcleo de qualquer estrela).
- O instante da origem do universo, quando $a = 0$, não pode ser descrito pela relatividade geral e esse instante não tem sentido físico, mas toda a teoria clássica da gravitação deve funcionar até bem próximo do instante dessa singularidade. O único item que necessariamente quebra a validade da RG são possíveis efeitos quânticos gravitacionais.
- O universo começa muito homogêneo e quente, vai expandindo e esfriando. Esse esfriamento possibilita a formação de estruturas.
- Matematicamente, essas estruturas estão diretamente associadas a perturbações locais da métrica. Em algumas regiões aglomera-se mais matéria do que em outras. A mais provável fonte das inhomogeneidades iniciais são flutuações quânticas que ocorreram no período inicial de mais rápida expansão (inflação). Havendo pequenas inhomogeneidades, por menor que sejam, essas quebram a simetria de translação e fazem com que algumas regiões favoreçam o acúmulo de matéria.

Formação de estrelas

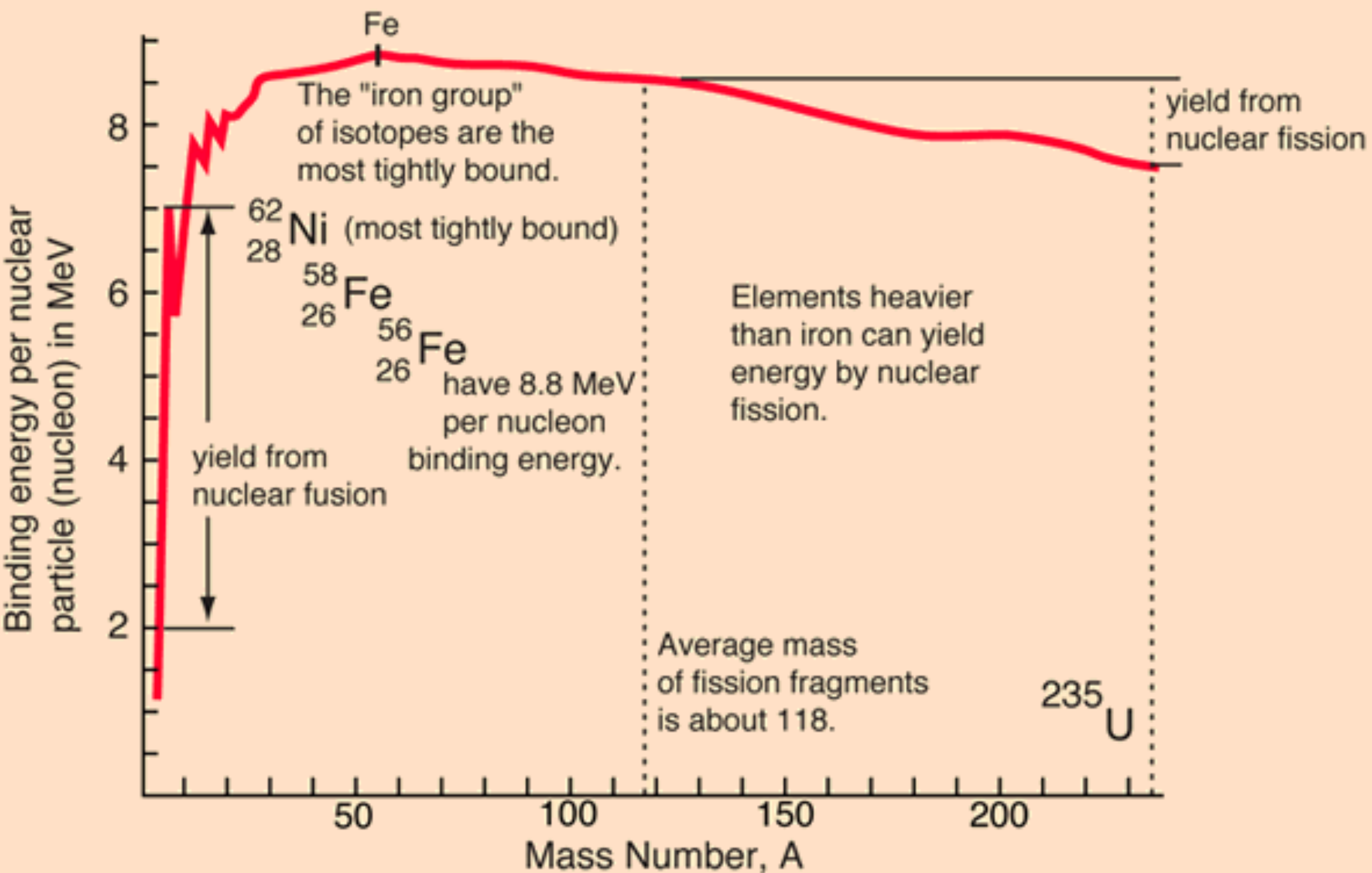


- Se a pressão for grande o suficiente, os átomos de hidrogênio são “esmagados” entre si levando à fusão nuclear.
- Essa reação libera energia (radiação) no núcleo da aglomeração, e essa impede que a matéria continue colapsando.
- Esse processo deu origem às primeiras estrelas.
- A sequência de reações começa com a formação de deutério, mas note que é uma sequência diferente. Numa estrela em formação há essencialmente somente hidrogênio, no universo primordial há abundância de nêutrons livres. Ademais, o universo primordial está em expansão, enquanto o núcleo da estrela está sendo constantemente comprimido.

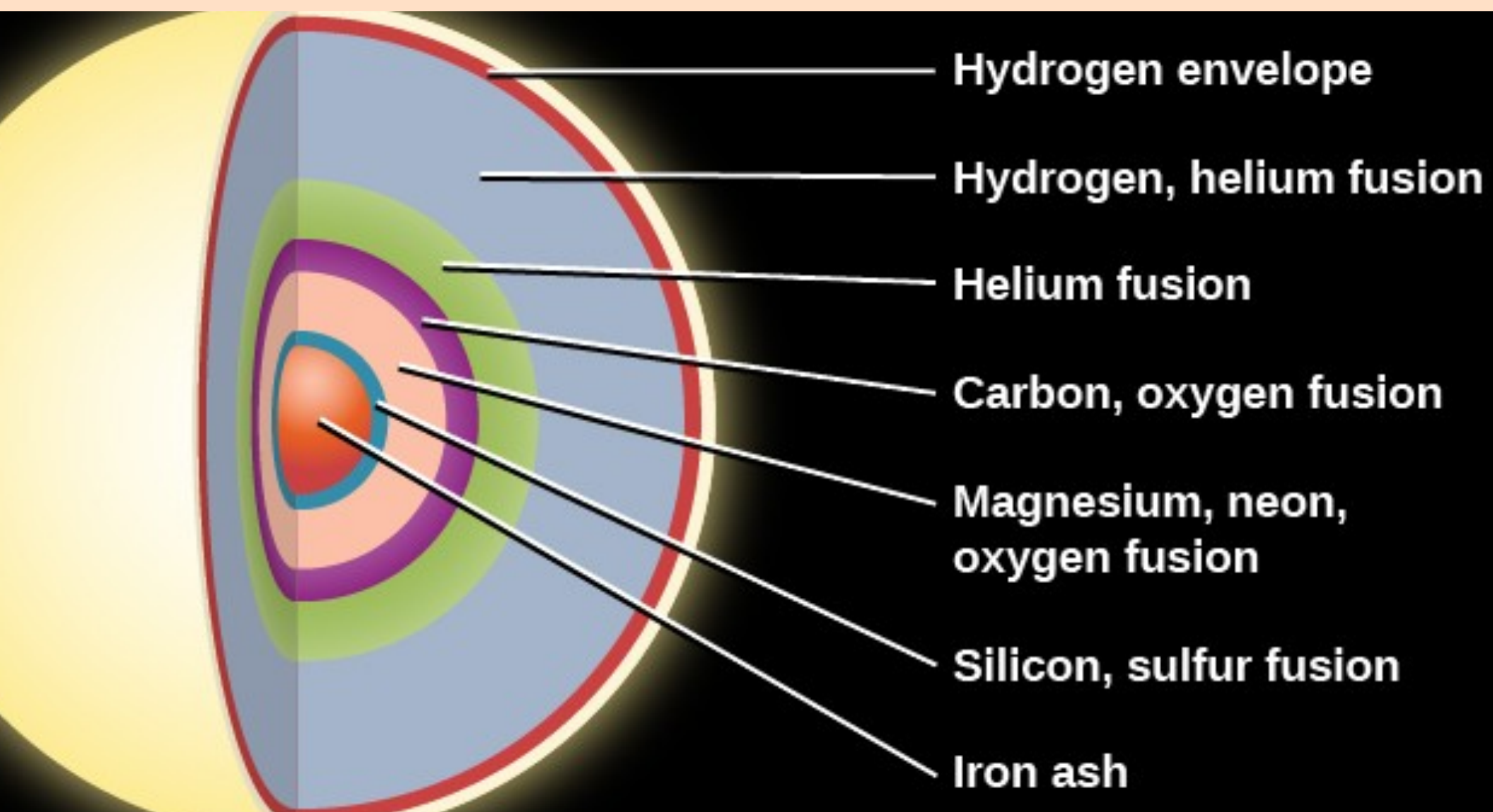
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=680469>



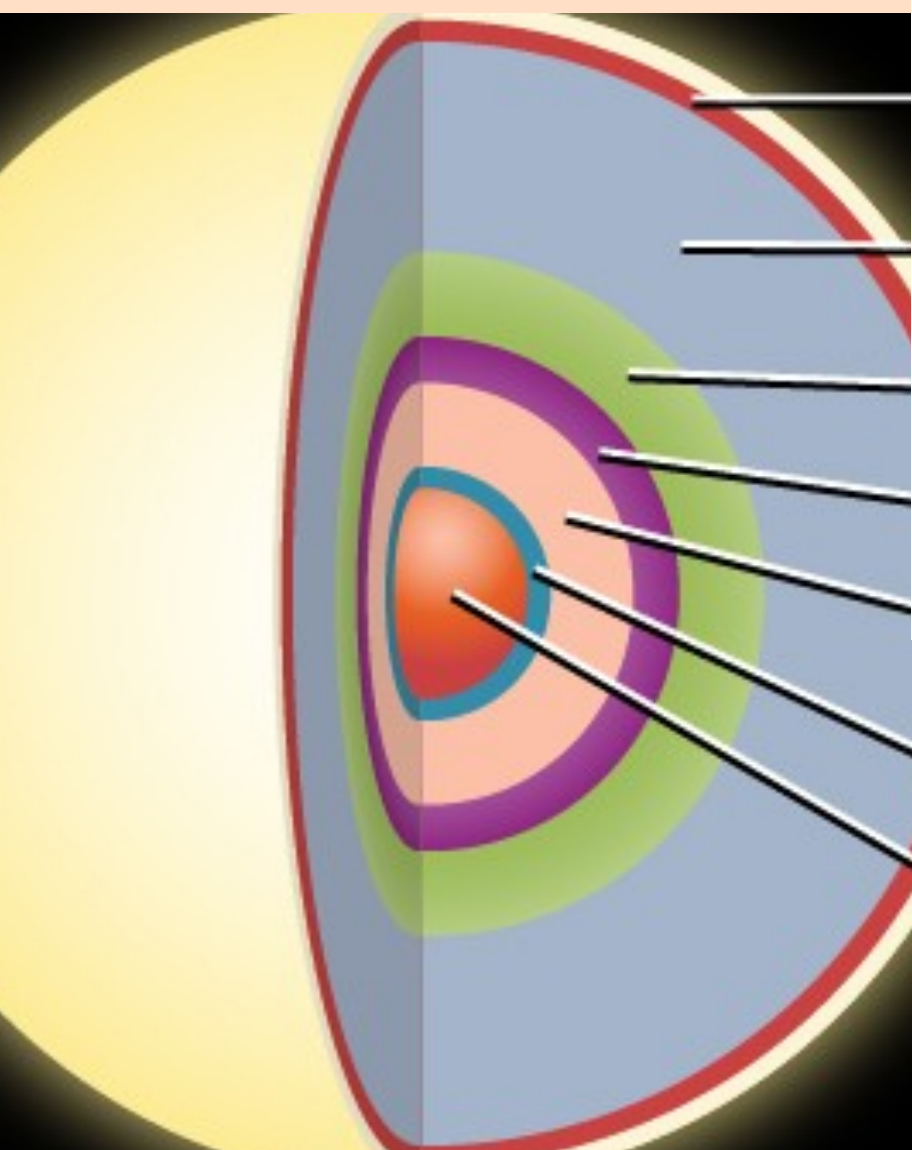
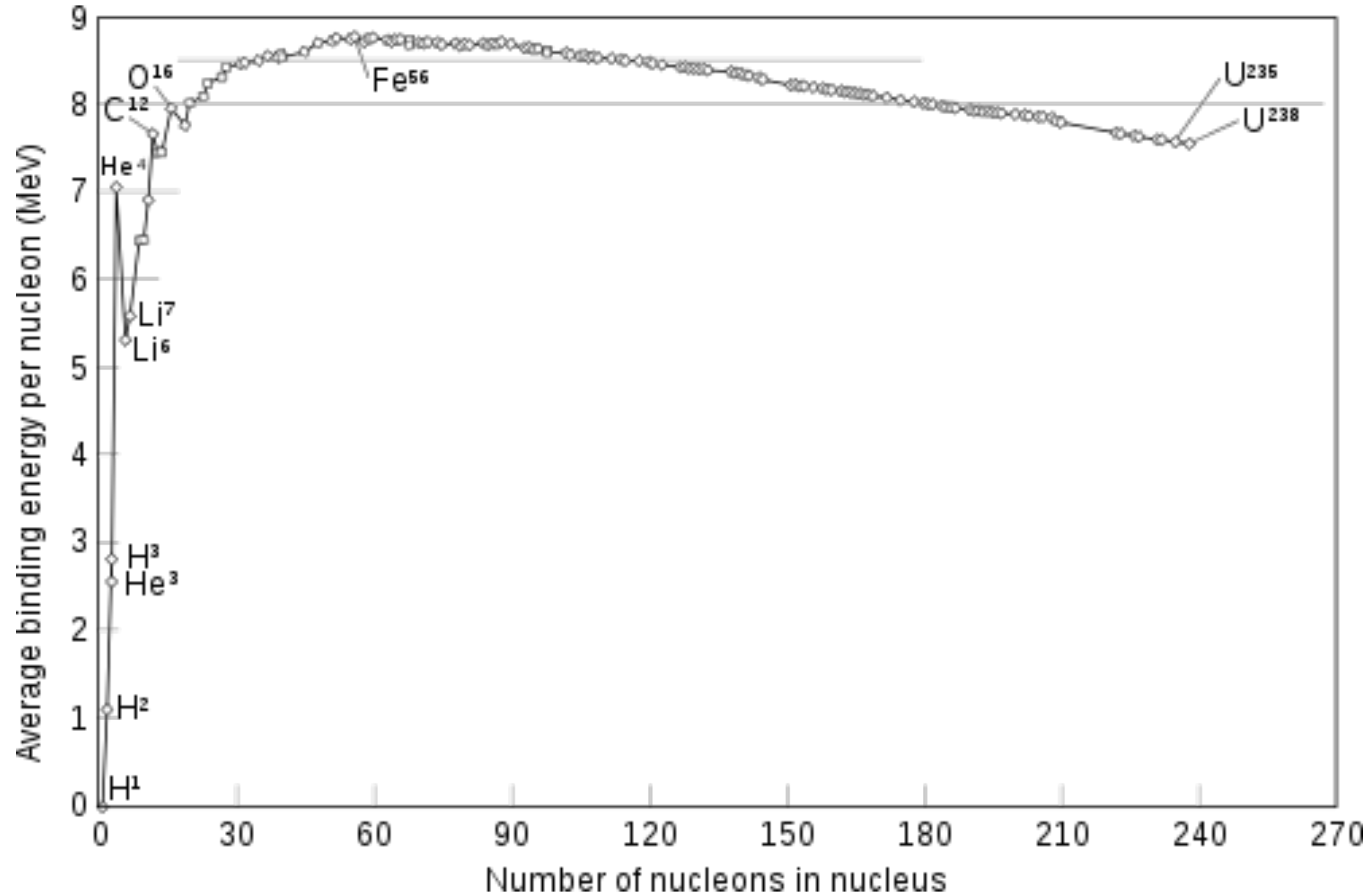
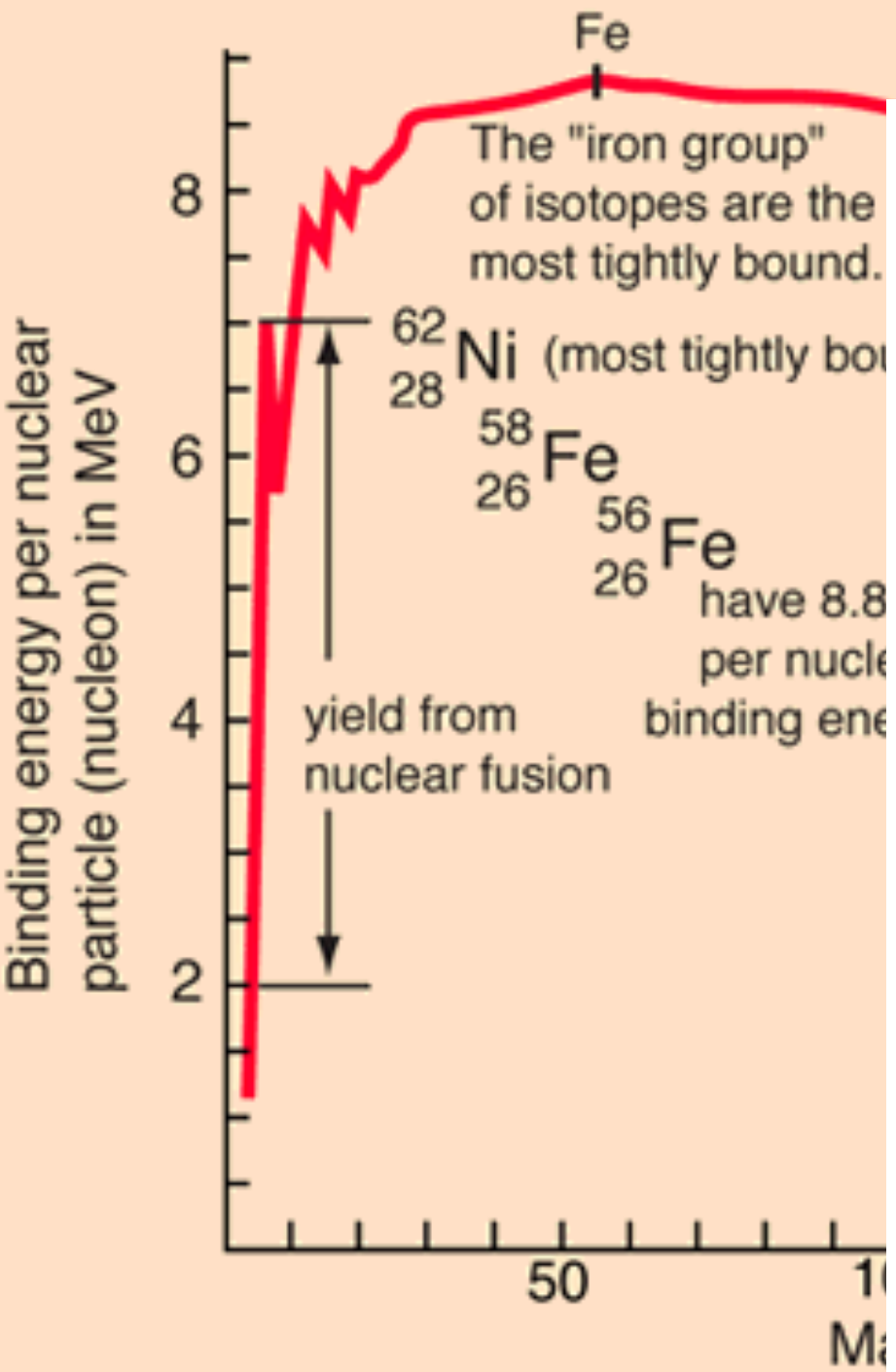
Fission and fusion can yield energy



- Mas a reação indicada consome 6 H e gera 2 H, logo não é estável.
- O consumo quase total quase total de H no núcleo não é necessariamente o fim da estrela.
- Depois de consumido H, havendo pressão suficiente, é possível começar a fusão de He, que produz C.
- Por fim, silício é consumido, gerando ferro.
- Não há outro elemento químico cuja energia de ligação seja maior. Logo, por maior que seja a massa da estrela, ela não conseguirá transformar ferro em outro elemento químico.



Fission and fusion can yield energy



Magnesium, neon, oxygen fusion

Silicon, sulfur fusion

Iron ash

6 H e gera 2 H, logo

é total de H no núcleo da estrela.

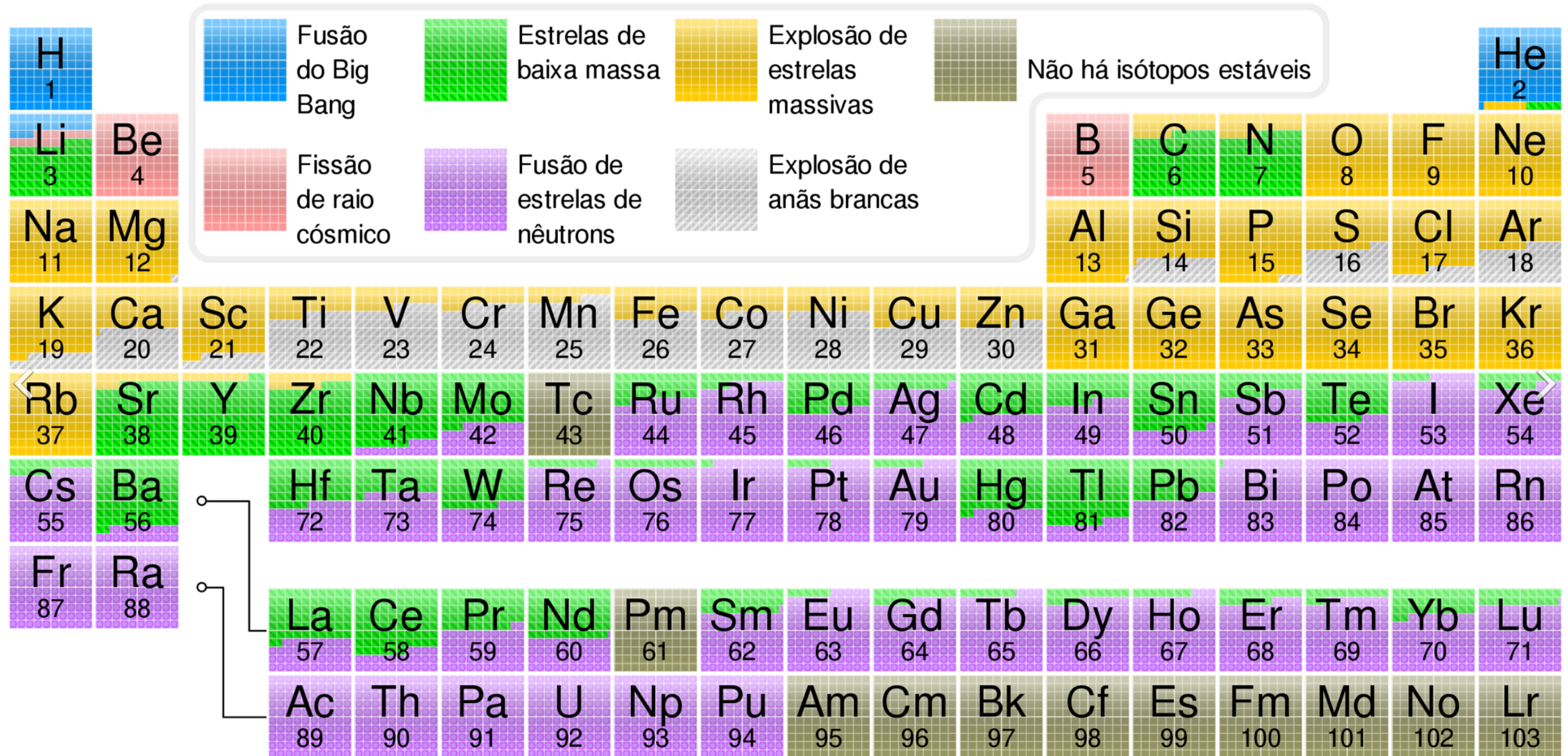
, havendo pressão para a fusão de He, que

está tornando ferro.

núcleo cuja energia de ligação é maior que seja a massa a transformar ferro em

Sobre a origem dos elementos químicos

Alguns dados são medidos diretamente a partir do espectro de explosões de estrelas, outros advêm de estimativas ainda não verificadas.



Tudo a nossa volta, e nós mesmos, somos essencialmente poeira de estrelas.

Diagrama HR

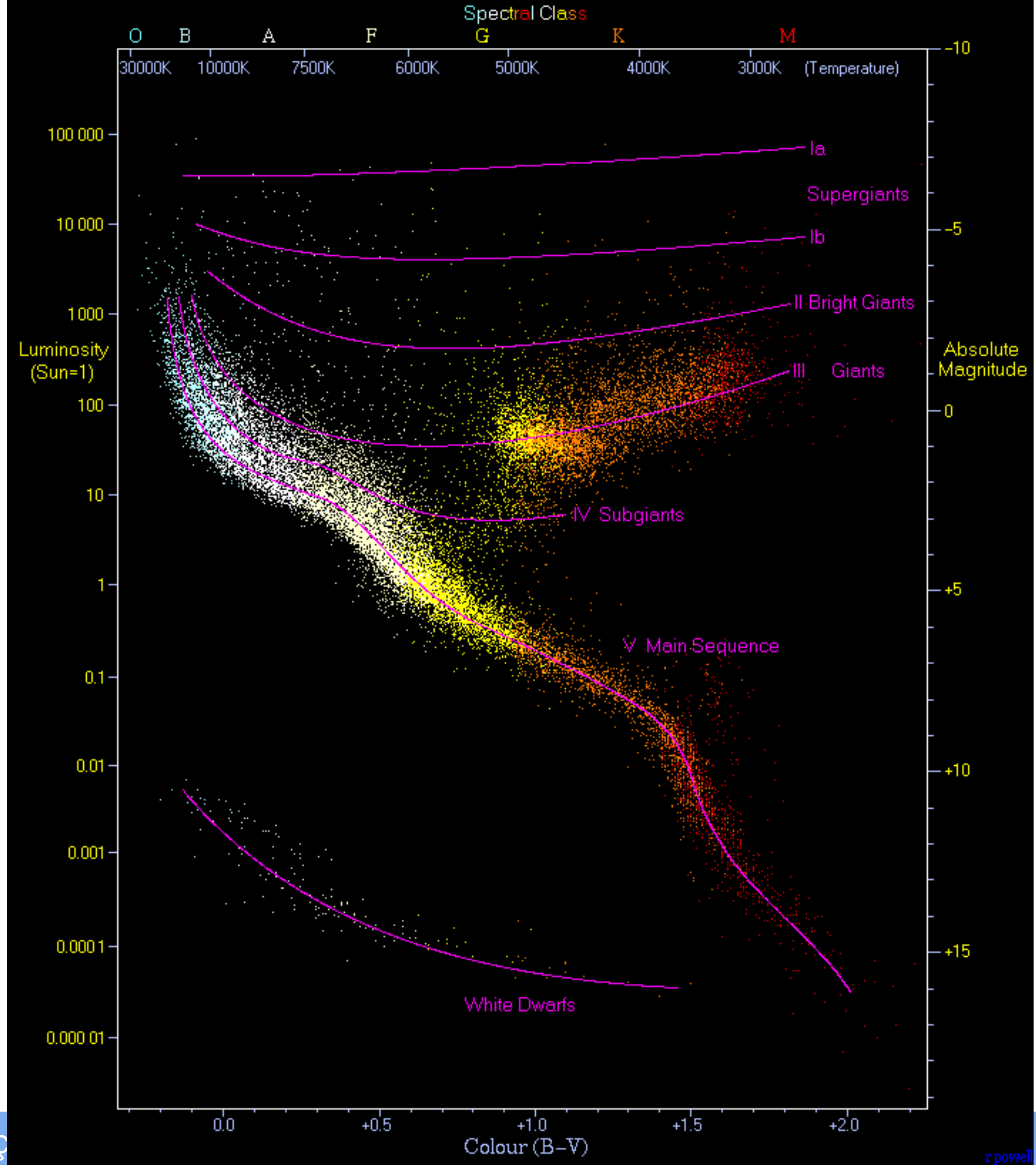


Diagrama HR

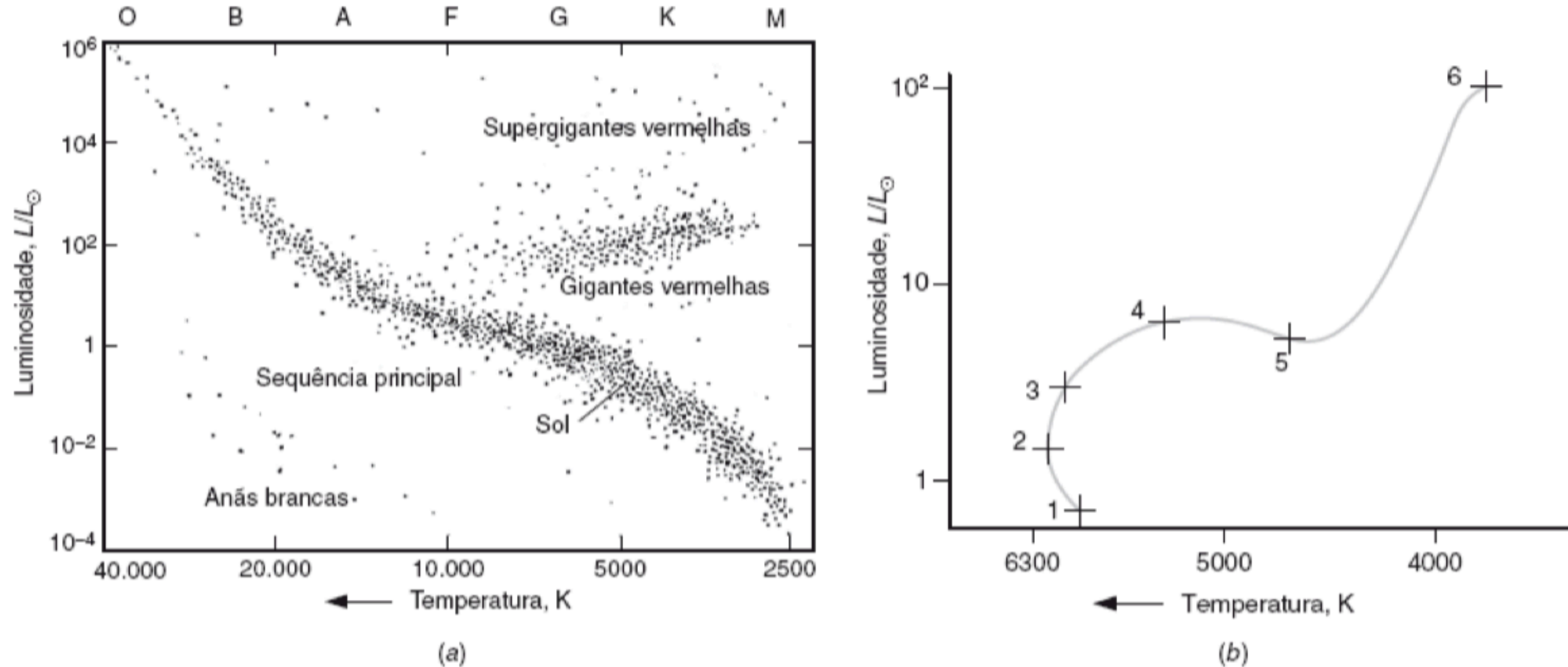


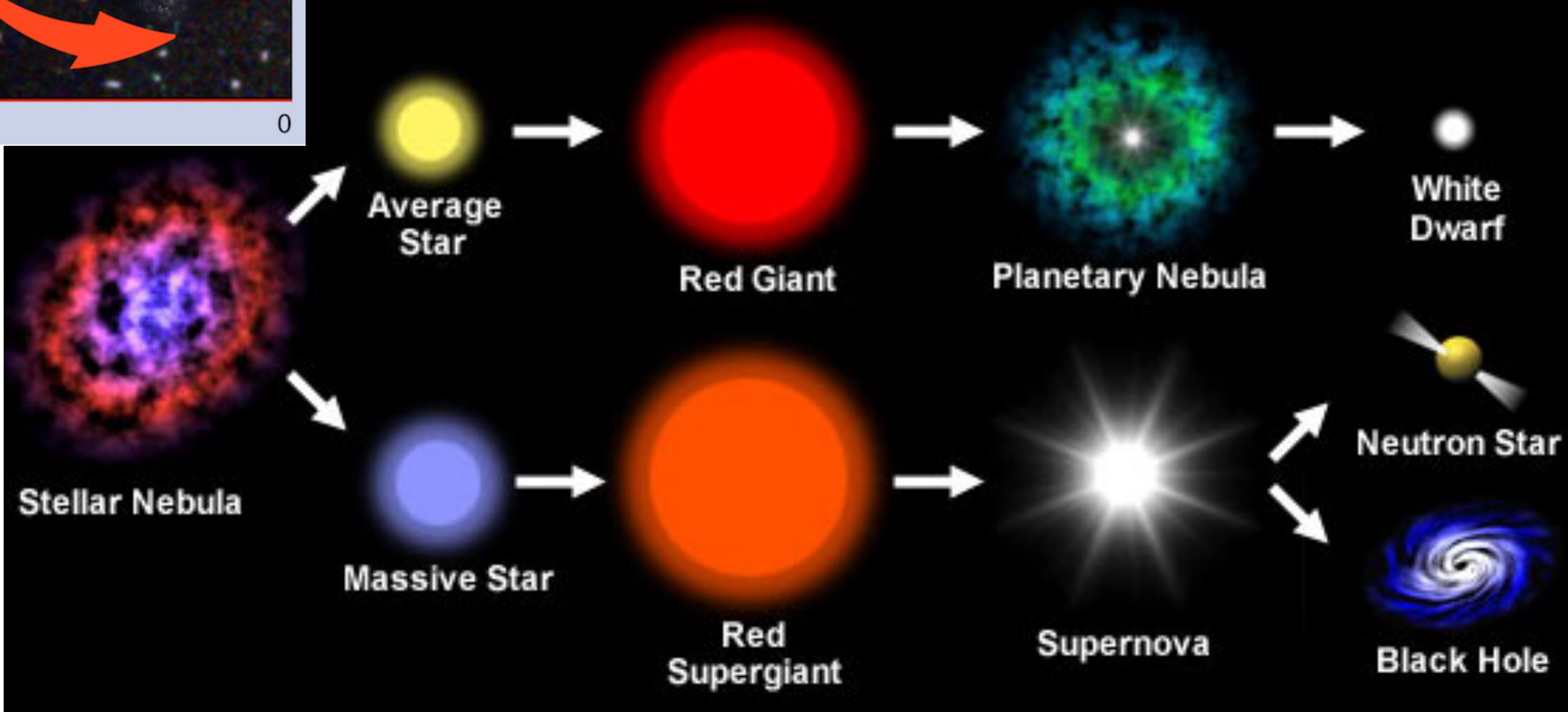
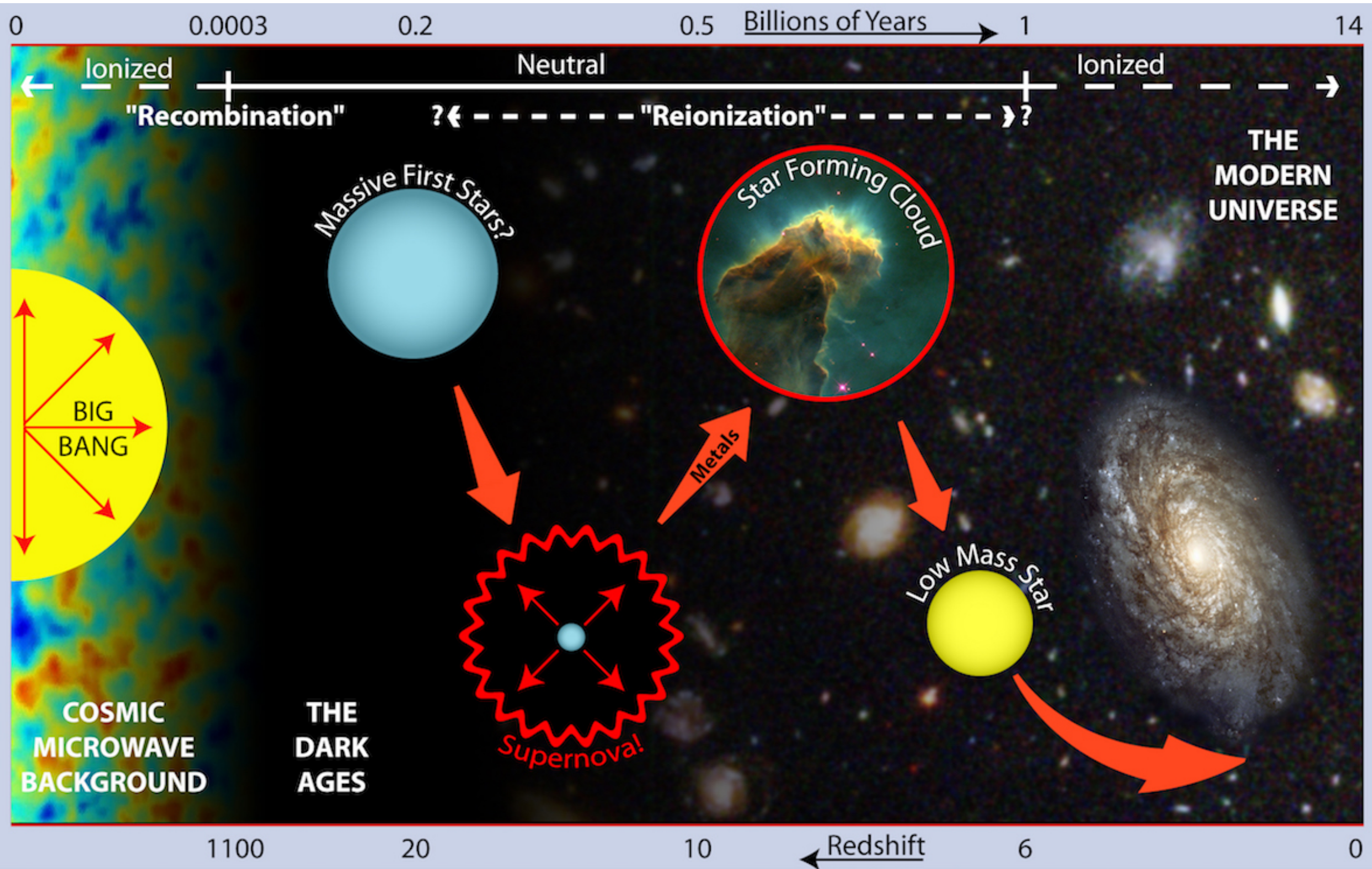
FIGURA 13-17 (a) Diagrama de Hertzsprung-Russell (H-R) para estrelas nas vizinhanças do Sol. A grande maioria das estrelas (80 a 90%) está na sequência principal. As estrelas na extremidade inferior direita são frias e de baixa luminosidade; as da extremidade superior esquerda são quentes e de alta luminosidade. (b) A evolução do Sol desde que entrou na sequência principal, no ponto 1. O Sol está atualmente entre os pontos 1 e 2 e deverá deixar a sequência principal no ponto 4. O intervalo de tempo entre pontos vizinhos é da ordem de 10^9 anos.

Exercício 5

13-9. Os astrônomos usam a *magnitude aparente*, m , para comparar o brilho visual das estrelas e relacionar essa comparação à luminosidade e distância de estrelas “padrão”, como o Sol (veja a Equação 13-9). A diferença entre as magnitudes aparentes de duas estrelas, m_1 e m_2 , é definida como $m_1 - m_2 = 2,5 \log(f_1/f_2)$, uma relação baseada na resposta logarítmica do olho humano ao brilho dos objetos. Pólux, um dos “gêmeos” da constelação do mesmo nome, tem magnitude aparente 1,16 e está a 12 pc de distância. Betelgeuse, a estrela que fica no ombro direito de Órion, tem magnitude aparente 0,41. A que distância está Betelgeuse, se as duas estrelas têm a mesma luminosidade?

13-11. Duas estrelas de um sistema binário, separadas por uma distância de 10^8 km, estão situadas a 100 anos-luz da Terra. Qual é a separação angular das estrelas em segundos de arco? Qual é a separação em graus?

Evolução estelar



Matéria escura

- Este é justamente meu principal tema de pesquisa.
- Para bem entender, requer entender porque ela é necessária.
- Muitos já tentaram descrever a evolução do universo sem matéria escura. Este seria o ideal, descrevendo o universo com o mínimo de complexidade possível. Se alguém de alguma forma (miraculosa) conseguir eliminar a necessidade de matéria escura, preservando o sucesso da física padrão, é resultado para Nobel.
- Contudo, tudo indica o contrário, que há matéria escura no universo. Sabemos que ela não pode ser devida a nenhuma das partículas do modelo padrão de partículas. E há vários candidatos além dessas. Muitos candidatos foram eliminados, mas ainda há muitas possibilidades. Candidatos vindos de possíveis parceiros supersimétricos são comumente comentados, mas há muitas incertezas envolvidas.
- Visando alunos de graduação, fiz uma (boa) introdução ao tema aqui: <https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v2n1.33939>
- Quem tiver dúvidas, me avise por favor.