Teoria Eletromagnética II

Parte 1 - Cap. 7 do Griffiths

Eletrodinâmica

Prof. Davi C. Rodrigues
Período 2020/2 (EARTE)
Fevereiro/2021

Lei de Ohm

- No vácuo, uma carga elétrica sujeita a um campo elétrico constante é constantemente acelerada (consequência da força de Coulomb).
- Há muitos materiais em que a corrente é proporcional ao campo elétrico. Ao longo de fios elétricos, por exemplo. Para esses materiais, escreve-se

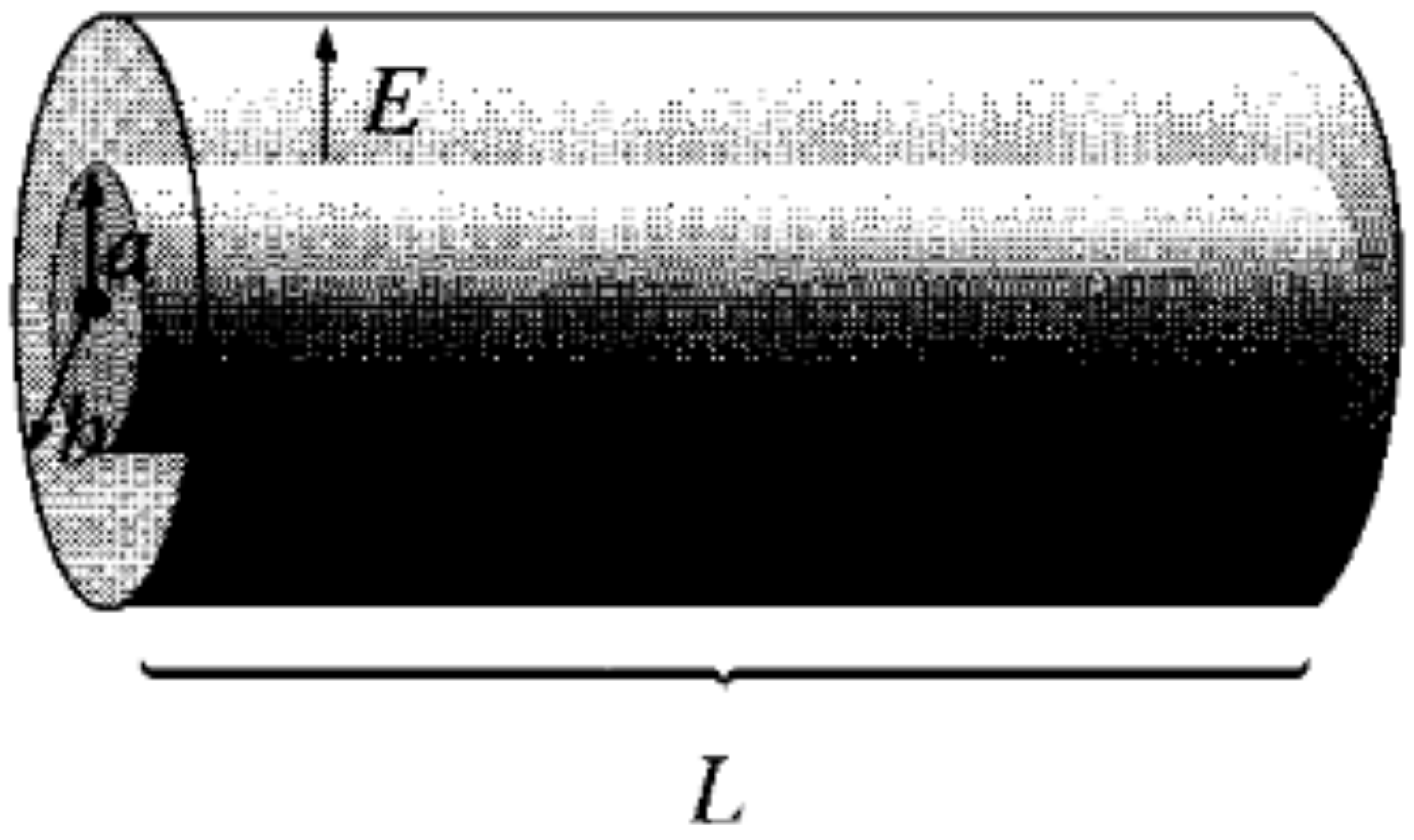
$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}\,,$$

  em que σ é a condutividade. Para um condutor perfeito (ideal), a condutividade é infinita.
- A relação acima é chamada de **lei de Ohm**. Não há nada de fundamental dela, embora por motivos históricos receba o título de "lei".
- Microscopicamente, como é possível ter campo elétrico constante e corrente constante?
- Como $|\mathbf{E}| \propto V$ e $|\mathbf{J}| \propto I$, a lei de Ohm também pode ser expressa por $V = RI$, em que R é a resistência e depende tanto da condutividade quanto da geometria do material.

Exemplo: cálculo de R a partir de σ

- Para dada σ e dada geometria, é possível calcular a resistência. O exemplo abaixo é o exemplo 7.2 do livro.

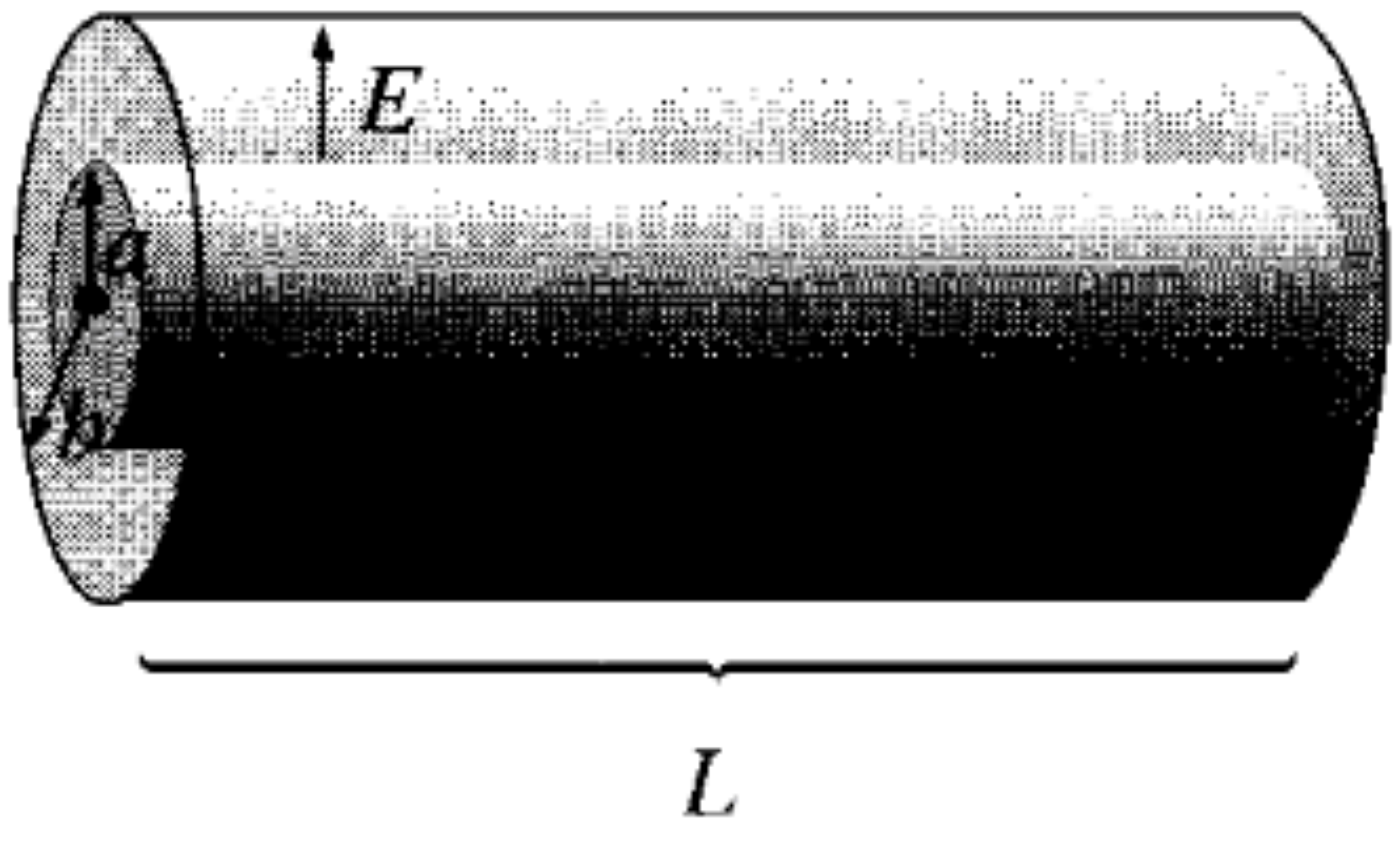
Two long cylinders (radii a and b) are separated by material of conductivity σ (Fig. 7.2). If they are maintained at a potential difference V, what current flows from one to the other, in a length L?



Exemplo: cálculo de R a partir de σ

- Para dada σ e dada geometria, é possível calcular a resistência. O exemplo abaixo é o exemplo 7.2 do livro.

Two long cylinders (radii a and b) are separated by material of conductivity σ (Fig. 7.2). If they are maintained at a potential difference V, what current flows from one to the other, in a length L?



Usar integral de superfície e $Q = \lambda L$

$$V = -\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

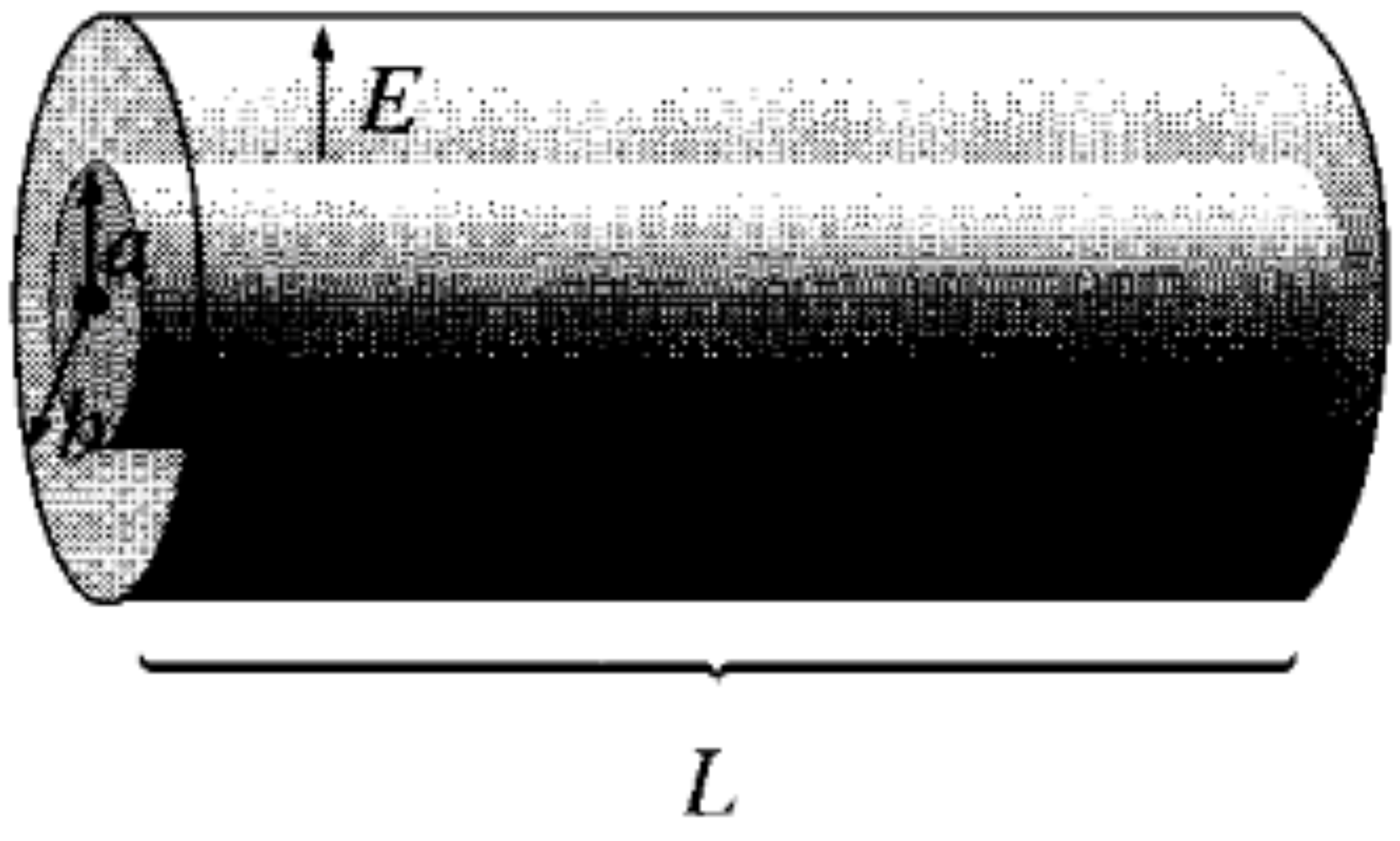
$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 s}\hat{\mathbf{s}}, \quad \Rightarrow \quad I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = \sigma \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\lambda L. \quad \Rightarrow \quad I = \overbrace{\boxed{\frac{2\pi\sigma L}{\ln(b/a)}}}^{R^{-1}} V$$

Exemplo: cálculo de R a partir de σ

- Para dada σ e dada geometria, é possível calcular a resistência. O exemplo abaixo é o exemplo 7.2 do livro.

> Two long cylinders (radii a and b) are separated by material of conductivity σ (Fig. 7.2). If they are maintained at a potential difference V, what current flows from one to the other, in a length L?

Fazer exercícios 7.1 e 7.4



$$V = -\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Usar integral de superfície e $Q = \lambda L$

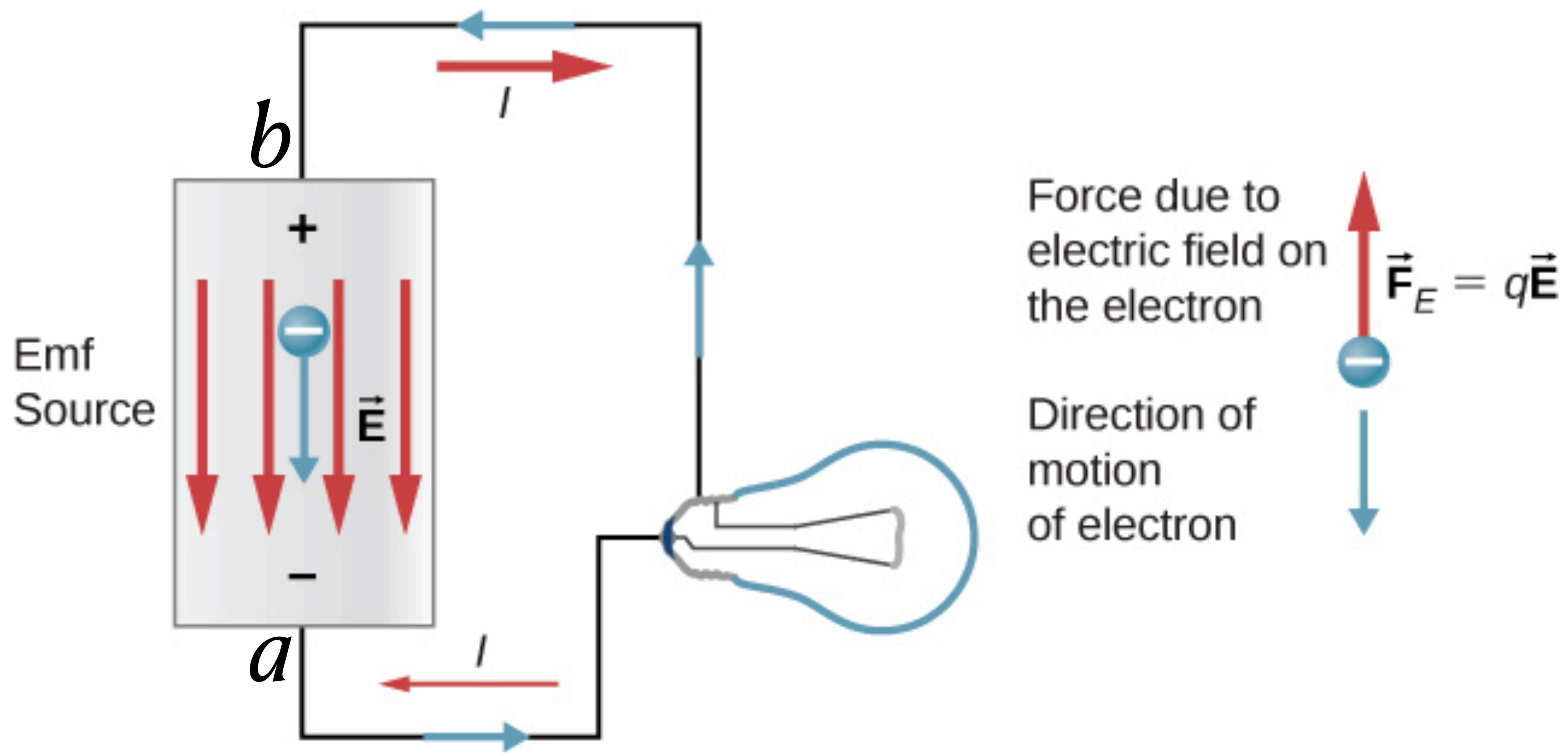
$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 s}\hat{\mathbf{s}},$$

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = \sigma \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\lambda L.$$

$$I = \overbrace{\boxed{\frac{2\pi\sigma L}{\ln(b/a)}}}^{R^{-1}} V$$

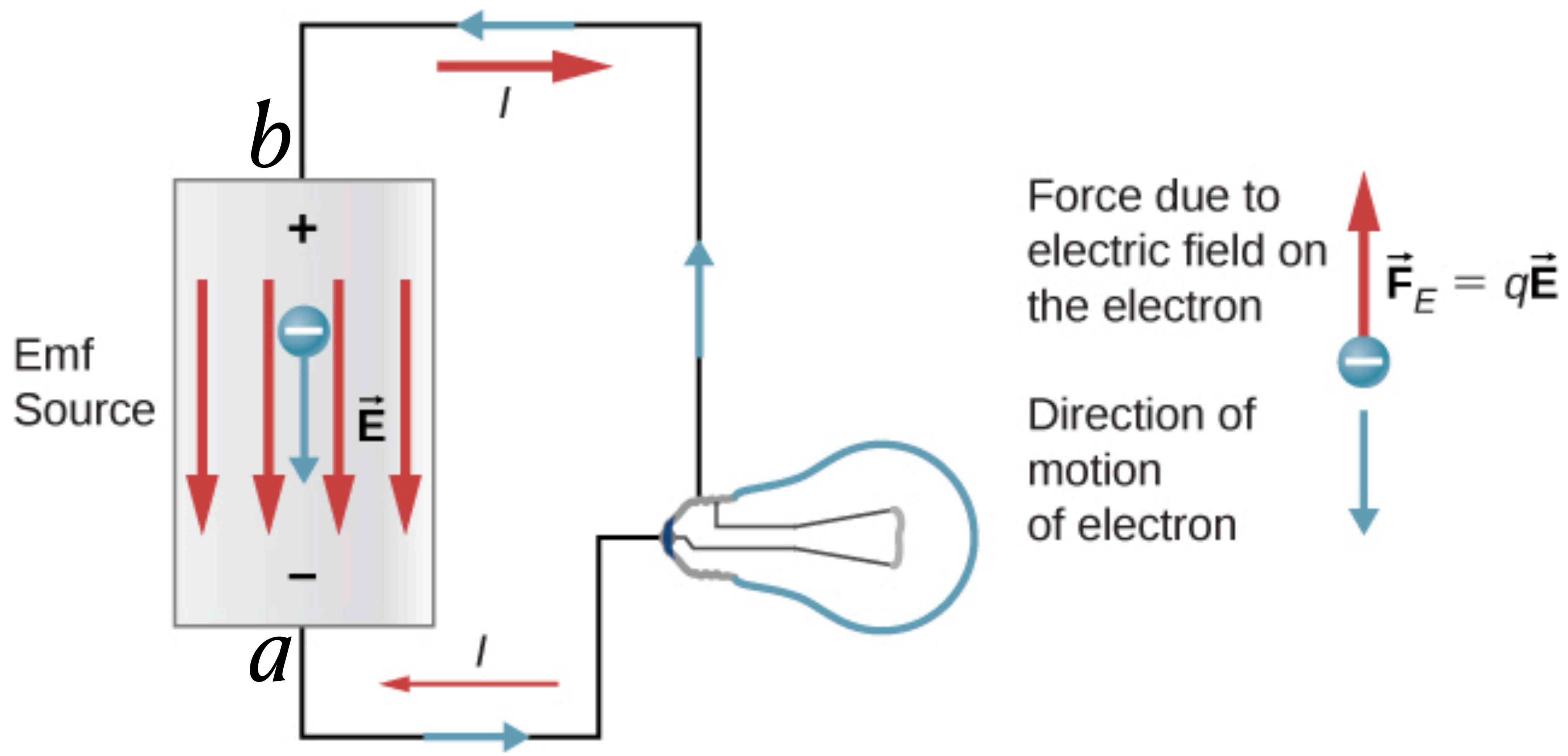
Força eletromotriz (fem)

- A força eletromotriz, comumente chamada de fem (ou emf em textos em inglês) e denotada por $\mathscr{E}$, tem dimensão de trabalho por carga, mas é chamada de força por motivos históricos.
- Há dois fatores cruciais que levam à existência de corrente num circuito. Um deles é o campo elétrico dentro do circuito (do contrário não há corrente, usando a lei de Ohm), o outro é a fem, que é a responsável por gerar esse campo elétrico.
- Comumente, a fem se deve a uma fonte localizada que gera um desequilíbrio líquido na distribuição local de cargas.
- $\mathscr{E} \equiv \oint \mathbf{f} \cdot d\mathbf{l} = \oint (\mathbf{f}_s + \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l}$
- Acima, $\mathbf{f}$ denota força total por carga, enquanto $\mathbf{f}_s$ se refere à força por carga da fonte (*source*).
- A força da fonte só atua num pequeno trecho do circuito, logo $\mathscr{E} = \int_a^b \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l}$



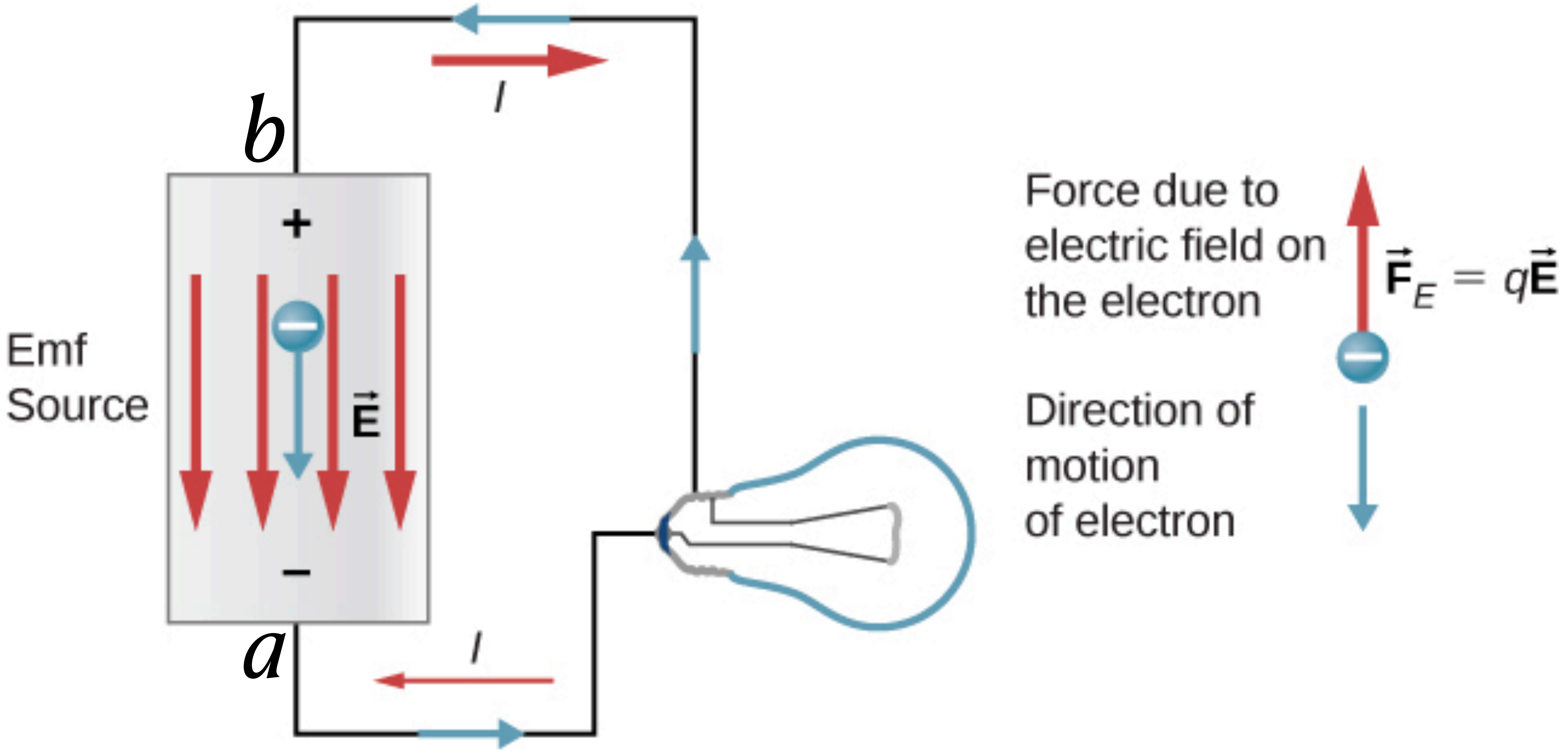
Força eletromotriz e diferença de potencial

- A força da fonte só atua num pequeno trecho do circuito, logo $\mathscr{E} = \int_a^b \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l}$.
- A diferença de potencial entre os terminais da bateria é $V_{a,b} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$.
- Por simplicidade, considerando que a fonte internamente seja um condutor (quase) perfeito, a força total que atua sobre as cargas livres pode ser (praticamente) zero. — Usando a lei de Ohm. Logo: $\mathbf{E} = -\mathbf{f}_s$ para condutor perfeito (força total zero) e portanto $V_{a,b} = \mathscr{E}$ (sendo a fonte um condutor perfeito).
- Caso a fonte não seja um condutor perfeito, para manter uma corrente interna à fonte é necessário que $E < f_s$. Logo, de forma geral temos $V_{a,b} \leq \mathscr{E}$.
- A menos que especificado ao contrário, sempre iremos tratar a fonte como condutor perfeito.



Força eletromotriz e diferença de potencial

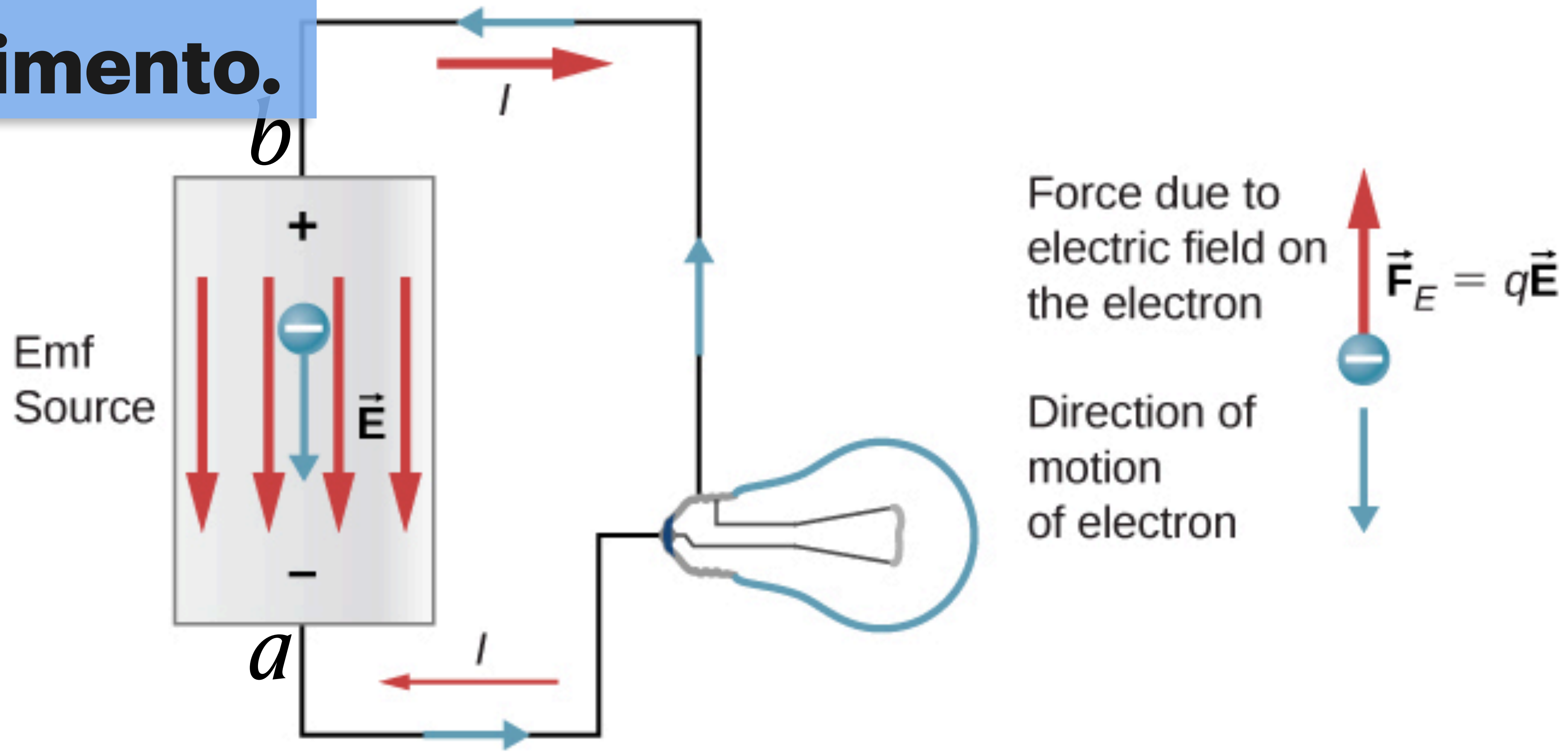
- A força da fonte só atua num pequeno trecho do circuito, logo $\mathscr{E} = \int_a^b \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l}$.
- A diferença de potencial entre os terminais da bateria é $V_{a,b} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$.
- Por simplicidade, considerando que a fonte internamente seja um condutor (quase) perfeito, a força total que atua sobre as cargas livres pode ser (praticamente) zero. — Usando a lei de Ohm. Logo: $\mathbf{E} = -\mathbf{f}_s$ para condutor perfeito (força total zero) e portanto $\boxed{V_{a,b} = \mathscr{E}}$ (sendo a fonte um condutor perfeito).
- Caso a fonte não seja um condutor perfeito, para manter uma corrente interna à fonte é necessário que $E < f_s$. Logo, de forma geral temos $V_{a,b} \leq \mathscr{E}$.
- A menos que especificado ao contrário, sempre iremos tratar a fonte como condutor perfeito.



Força eletromotriz e diferença de potencial

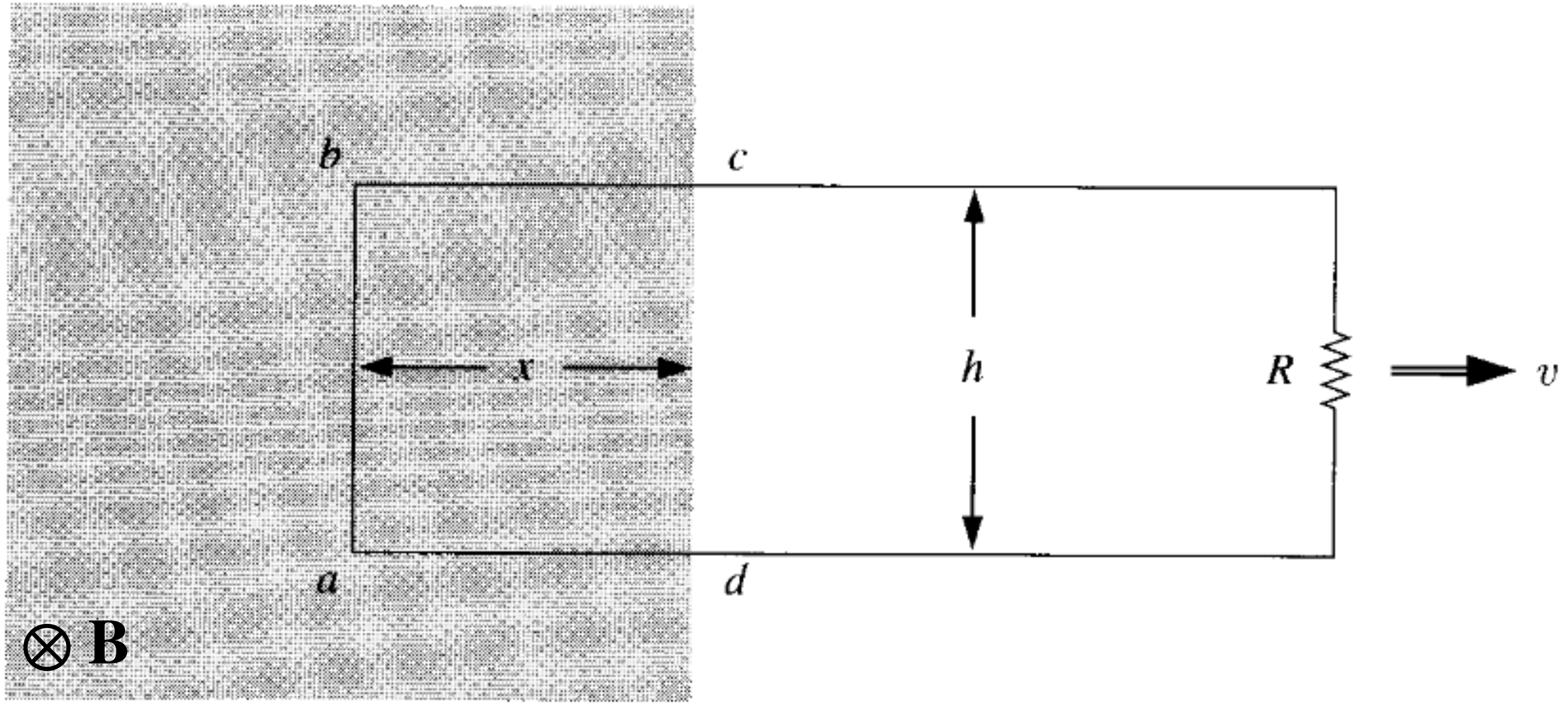
- A força da fonte só atua num pequeno trecho do circuito, logo $\mathscr{E} = \int_a^b \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l}$.
- A diferença de potencial entre os terminais da bateria é $V_{a,b} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$.
- Por simplicidade, considerando que a fonte internamente seja um condutor (quase) perfeito, a força total que atua sobre as cargas livres pode ser (praticamente) zero. — Usando a lei de Ohm. Logo: $\mathbf{E} = -\,\mathbf{f}_s$ para condutor perfeito (força total zero) e portanto $\boxed{V_{a,b} = \mathscr{E}}$ (sendo a fonte um condutor perfeito).
- Caso a fonte não seja um condutor perfeito, para manter uma corrente interna à fonte é necessário que $E < f_s$. Logo, de forma geral temos $V_{a,b} \leq \mathscr{E}$.
- A menos que especificado ao contrário, sempre iremos tratar a fonte como condutor perfeito.

Exercício 7.6.
Se tiver dificuldade, veja primeiro a seção sobre fem devido ao movimento.



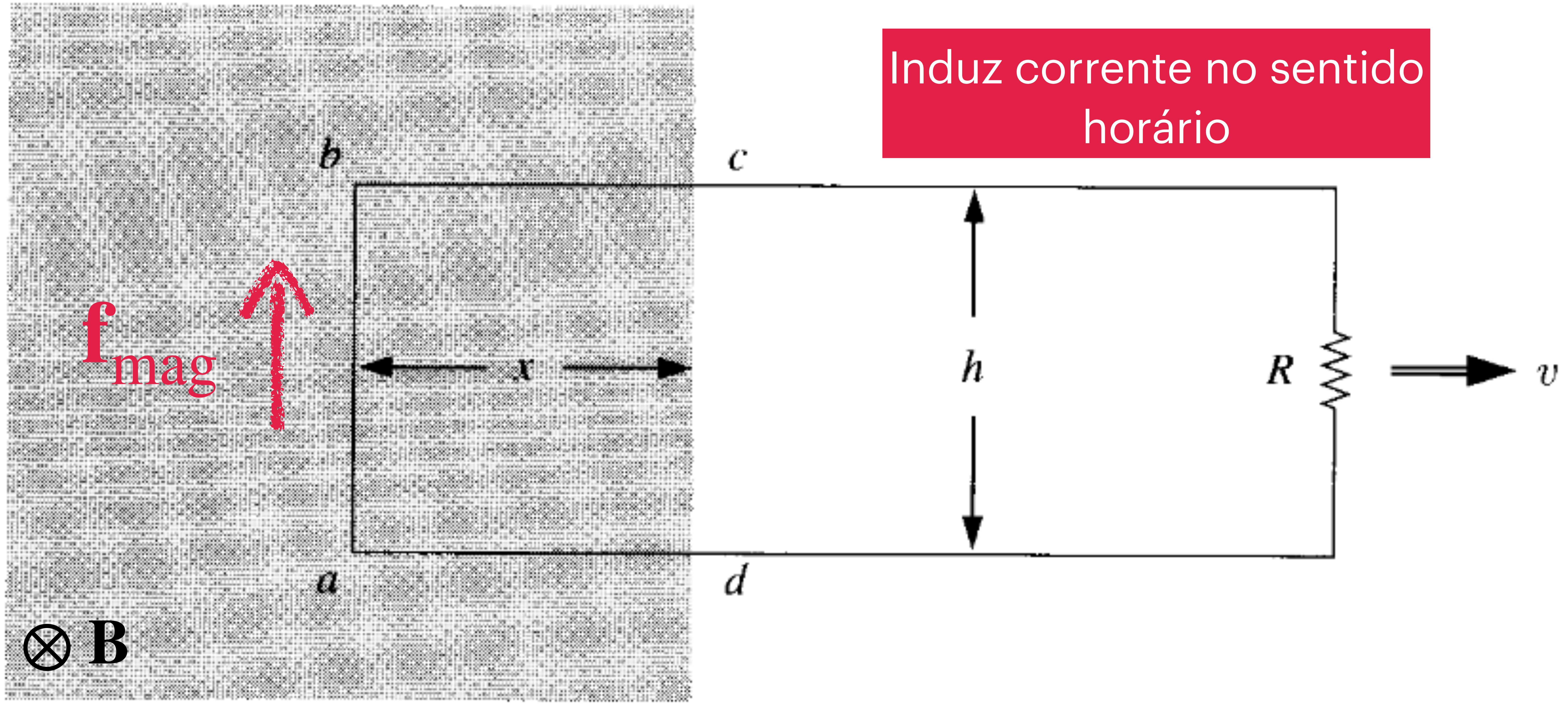
Fem devido ao movimento

- Agora vamos começar a ver algo de eletrodinâmica.
- Considere um circuito que se move perpendicularmente a um campo magnético homogêneo.
- Considere que esse campo só tem interseção com parte do circuito, como na fig. abaixo.
- No caso anterior, o campo magnético não teve nenhuma contribuição para a fem, pois o único movimento de cargas considerada foi ao longo do circuito. Mas a situação é outra se o circuito inteiro estiver se movimentando com respeito a um campo magnético externo.



Fem devido ao movimento

- Agora vamos começar a ver algo de eletrodinâmica.
- Considere um circuito que se move perpendicularmente a um campo magnético homogêneo.
- Considere que esse campo só tem interseção com parte do circuito, como na fig. abaixo.
- No caso anterior, o campo magnético não teve nenhuma contribuição para a fem, pois o único movimento de cargas considerada foi ao longo do circuito. Mas a situação é outra se o circuito inteiro estiver se movimentando com respeito a um campo magnético externo.



Fem devido ao movimento

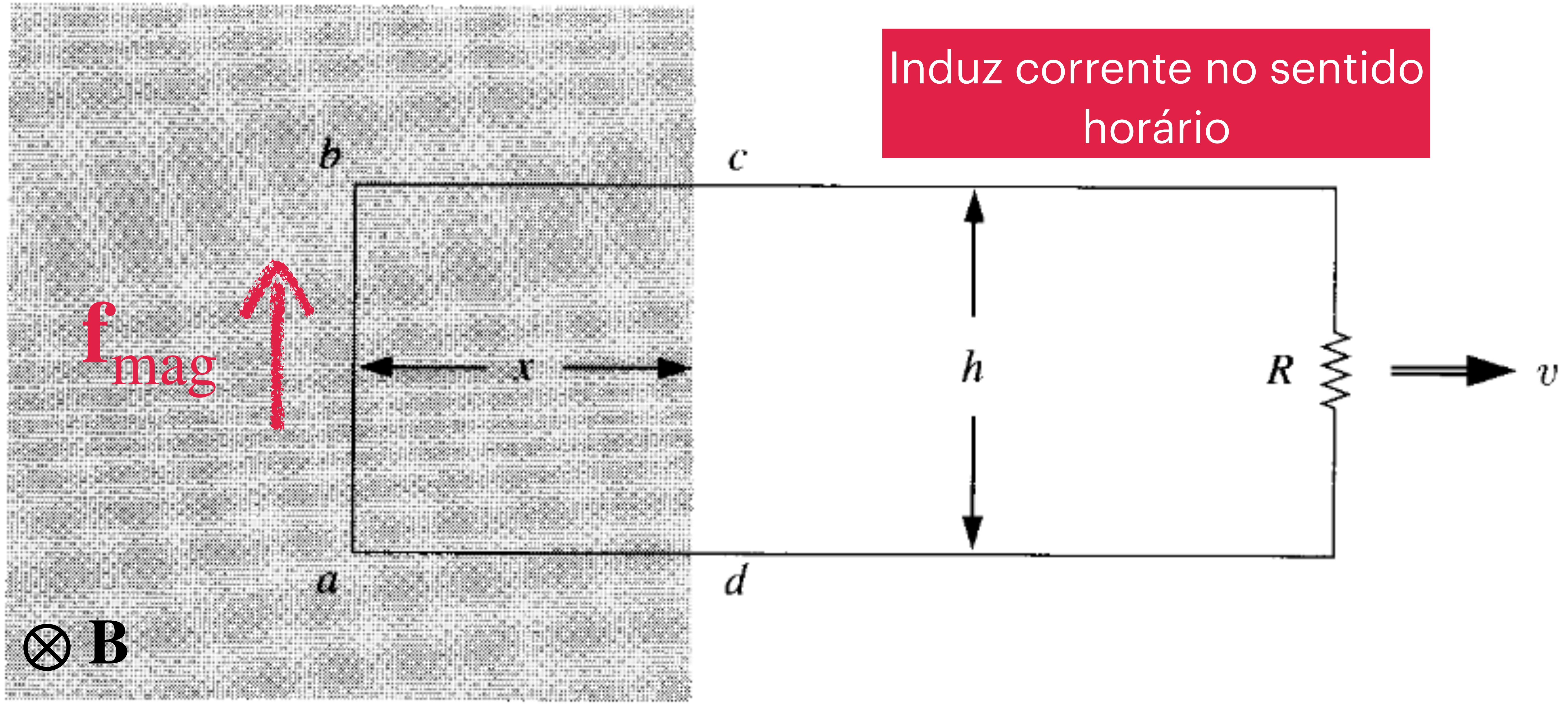
- Portanto a presença do campo magnético leva a uma fem (e portanto a um trabalho).
- O que realiza esse trabalho?
- Notemos primeiro que há também uma força oposta à direção de movimento:

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{f}_{mag} \cdot d\mathbf{l} = vBh$$

Obs: Por definição, a fem é calculada ao longo do circuito num dado instante.

Induz corrente no sentido horário

Assim que a corrente é estabelecida, o movimento das cargas não é na direção da velocidade **v** do circuito, pois adquire uma componente vertical.



Fem devido ao movimento

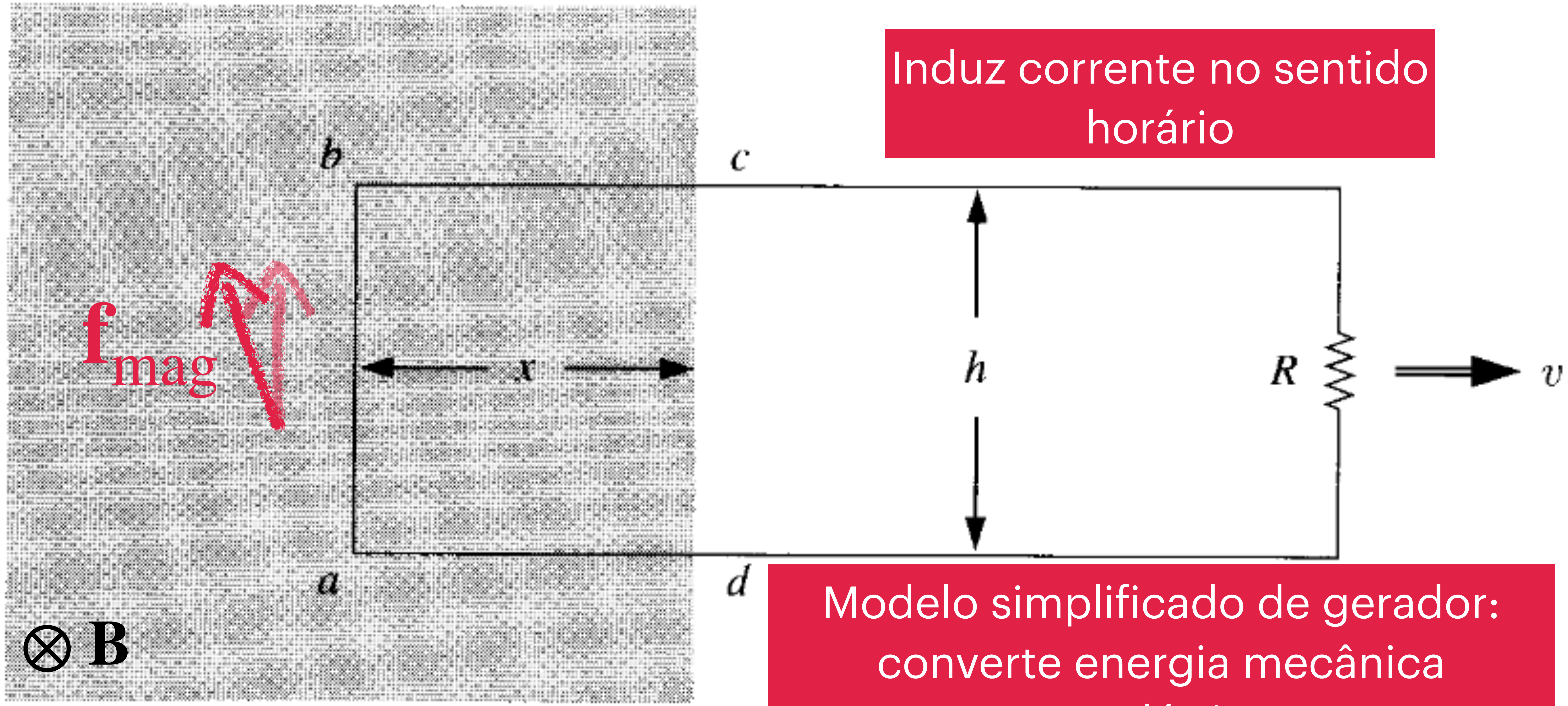
- Portanto a presença do campo magnético leva a uma fem (e portanto a um trabalho).
- O que realiza esse trabalho?
- Notemos primeiro que há também uma força oposta à direção de movimento:

  Assim que a corrente é estabelecida, o movimento das cargas não é na direção da velocidade **v** do circuito, pois adquire uma componente vertical. Consequentemente, $\mathbf{f}_{mag}$ adquire nova componente, oposta a **v**.

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{f}_{mag} \cdot d\mathbf{l} = vBh$$

Obs: Por definição, a fem é calculada ao longo do circuito num dado instante.

Induz corrente no sentido horário



Modelo simplificado de gerador: converte energia mecânica em elétrica.

Variação do fluxo magnético induz fem

- O fluxo magnético que passa pelo circuito em dado instante é

$$\Phi \equiv \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}$$

- Logo, para o problema anterior, num dado instante, temos $\Phi = xBh$.

- E, consequentemente, $$d\Phi/dt = -vBh = -\mathscr{E}$$

O sinal acima é fixado notando que Φ decresce conforme x aumenta.

- Assim, podemos, para este exemplo, calcular a fem a partir do fluxo magnético.

- **Exercício:** Verifique que uma variação de Φ devido ao movimento de um circuito de qualquer geometria sempre induz uma fem, tal que $\mathscr{E} = -d\Phi/dt$. Dica: veja o livro. Importante: não vale a recíproca: nem toda fem devido a um movimento é induzida assim.

- Estudo o exemplo 7.4 para um circuito com fem induzida pelo movimento, mas não por $d\Phi/dt$.

- **Exercícios do livro**: problemas 7.7, 7.8 e 7.10

Variação do fluxo magnético induz fem

- O fluxo magnético que passa pelo circuito em dado instante é

$$\Phi \equiv \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}$$

- Logo, para o problema anterior, num dado instante, temos $\Phi = xBh$.

- E, consequentemente, $d\Phi/dt = -vBh = -\mathscr{E}$

O sinal acima é fixado notando que Φ decresce conforme x aumenta.

- Assim, podemos, para este exemplo, calcular a fem a partir do fluxo magnético.

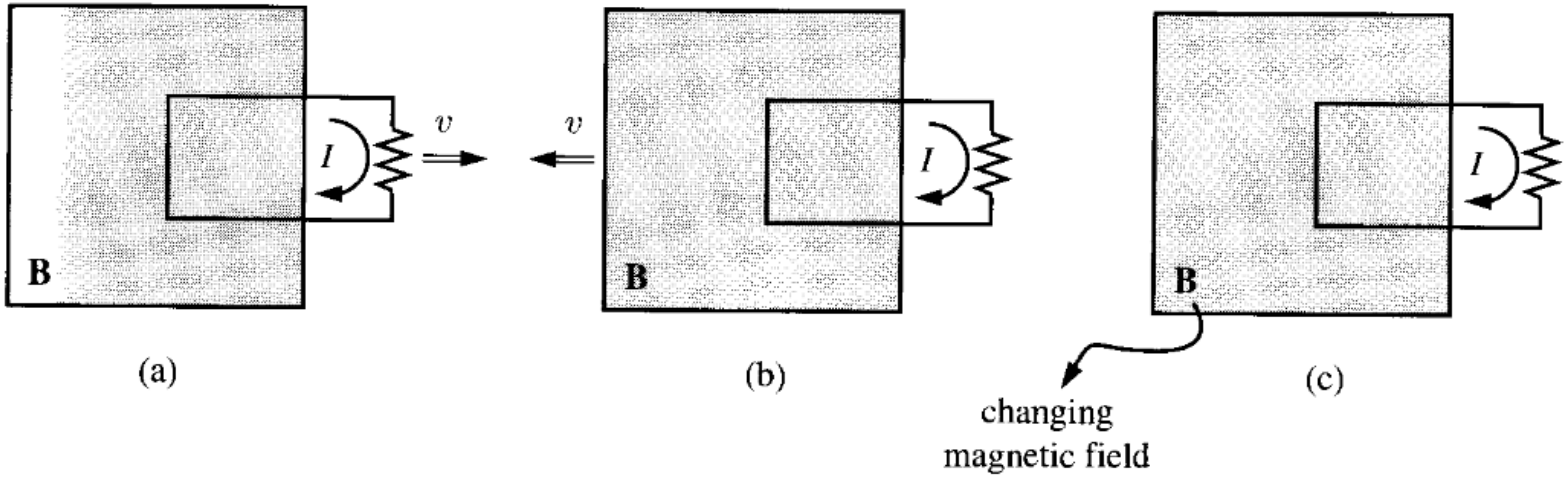
- **Exercício:** Verifique que uma variação de Φ devido ao movimento de um circuito de qualquer geometria sempre induz uma fem, tal que $\boxed{\mathscr{E} = -d\Phi/dt}$. Dica: veja o livro. Importante: não vale a recíproca: nem toda fem devido a um movimento é induzida assim.

- Estudo o exemplo 7.4 para um circuito com fem induzida pelo movimento, mas não por $d\Phi/dt$.

- **Exercícios do livro**: problemas 7.7, 7.8 e 7.10

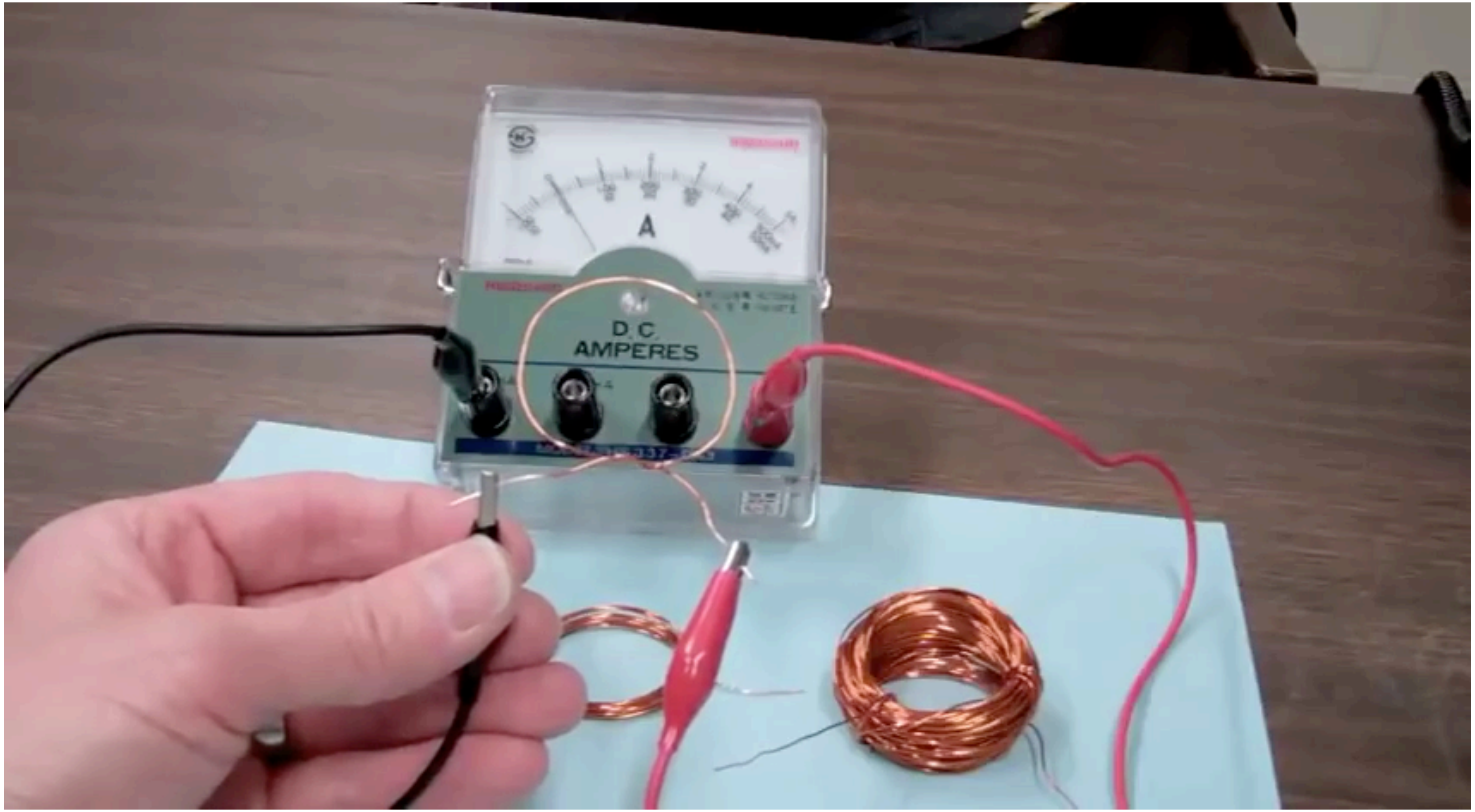
Indução eletromagnética e lei de Faraday

- Considere 3 experimentos:



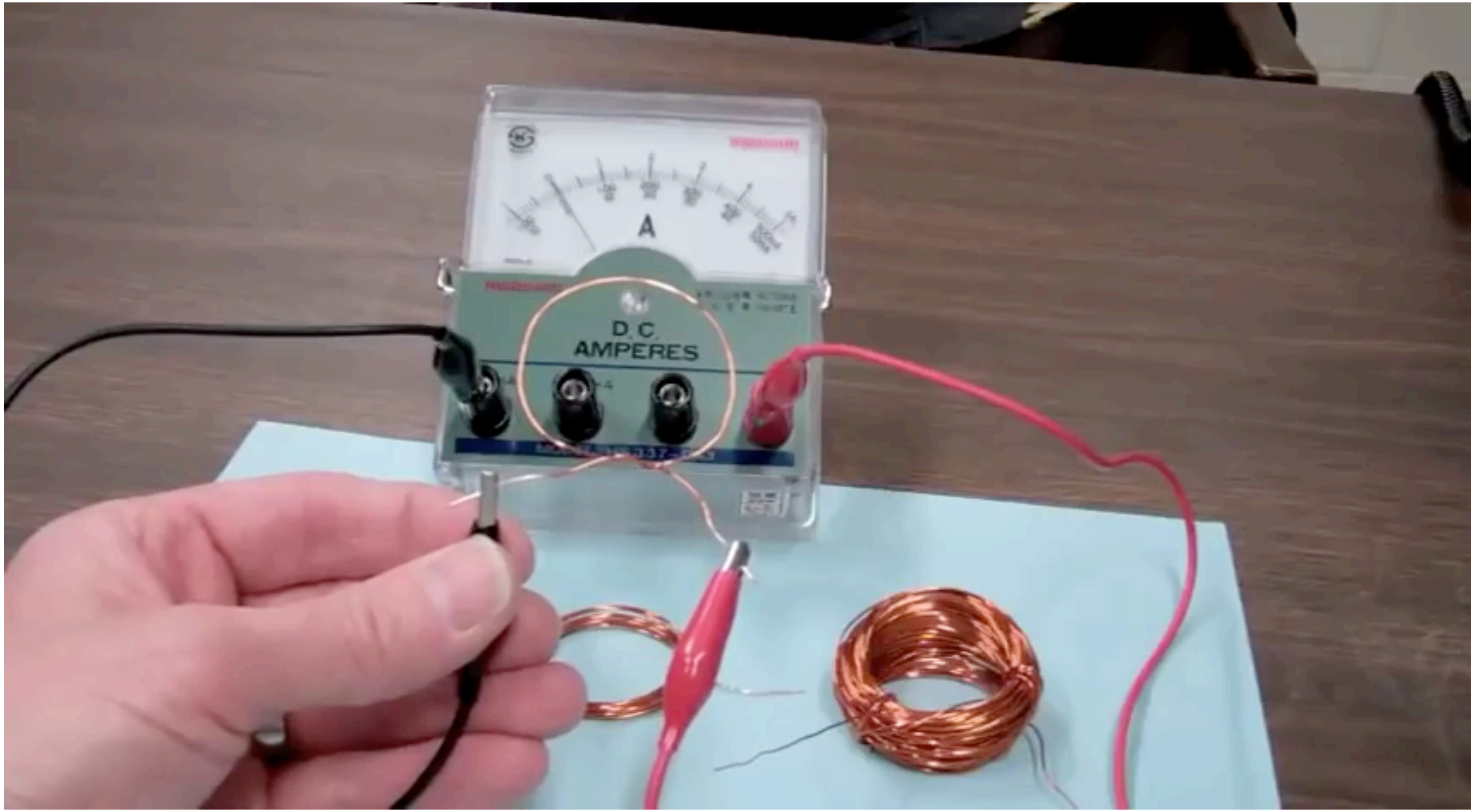
- O experimento (a) é o mesmo que vimos antes. O experimento (b) é igual ao experimento (a), porém com o observador no referencial do circuito. Para quem já sabe relatividade especial, deve ser evidente que o experimento (b) tem de gerar corrente tal como o experimento (a).
- Contudo, relatividade especial não existia nos primórdios do eletromagnetismo, logo esse resultado experimental não é óbvio. Ademais, só pode haver uma força magnética se houver cargas em movimento, mas ao deslocar o campo magnético, em (b), não há cargas em movimento.

Indução eletromagnética e lei de Faraday



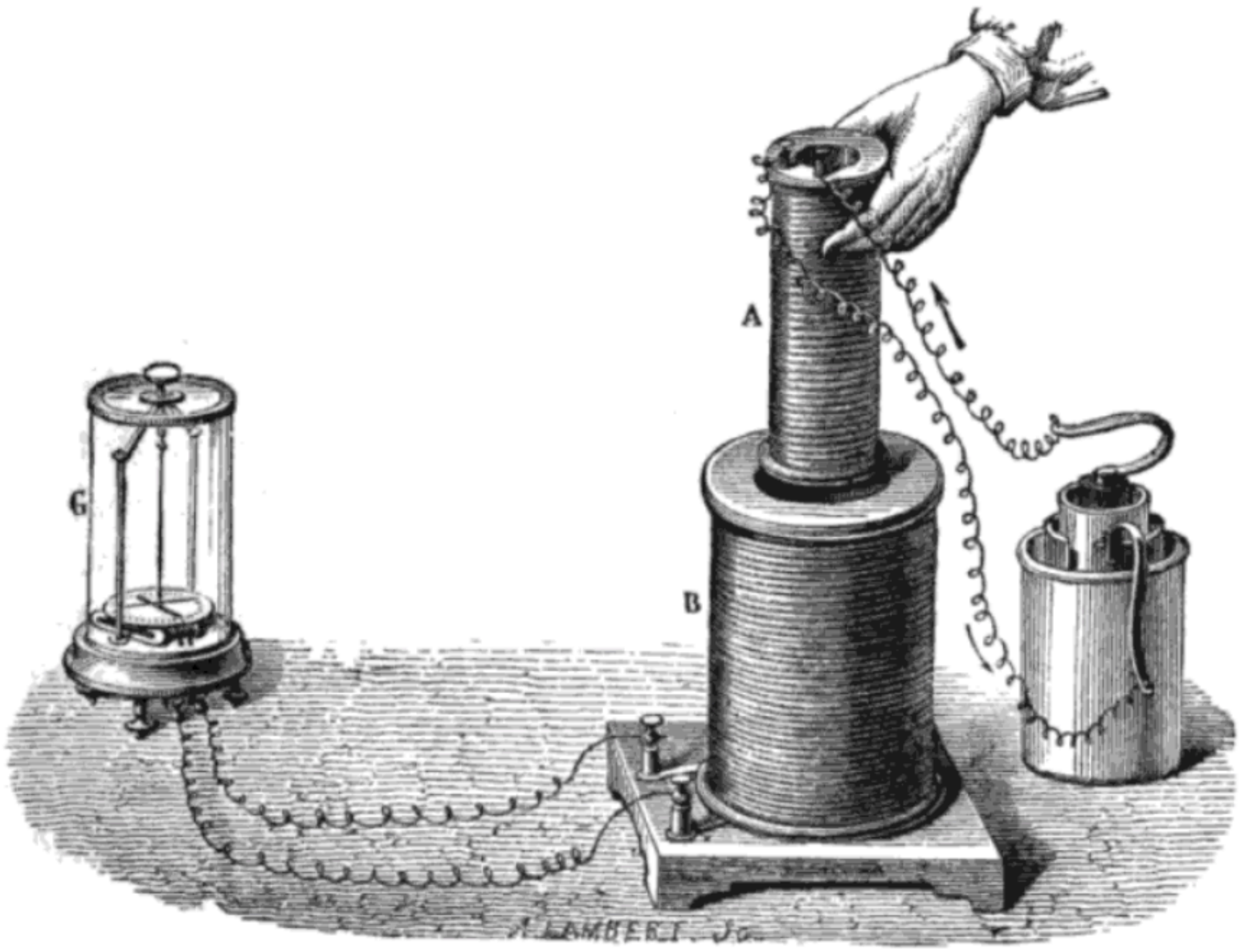
Experimento que ilustra a indução eletromagnética.
Clique no vídeo para acessar a versão completa deste.

Indução eletromagnética e lei de Faraday

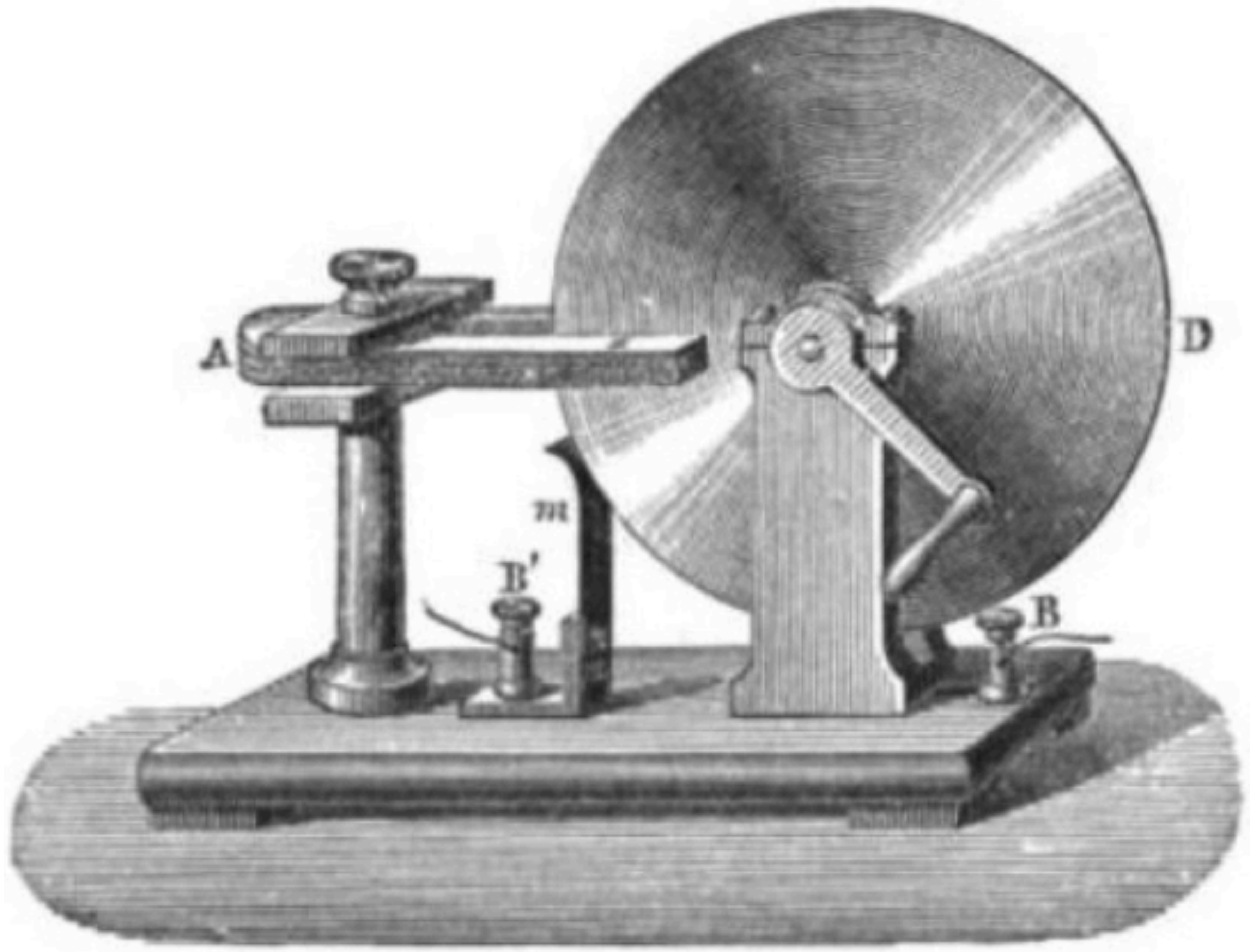


Experimento que ilustra a indução eletromagnética.
Clique no vídeo para acessar a versão completa deste.

Indução eletromagnética e lei de Faraday



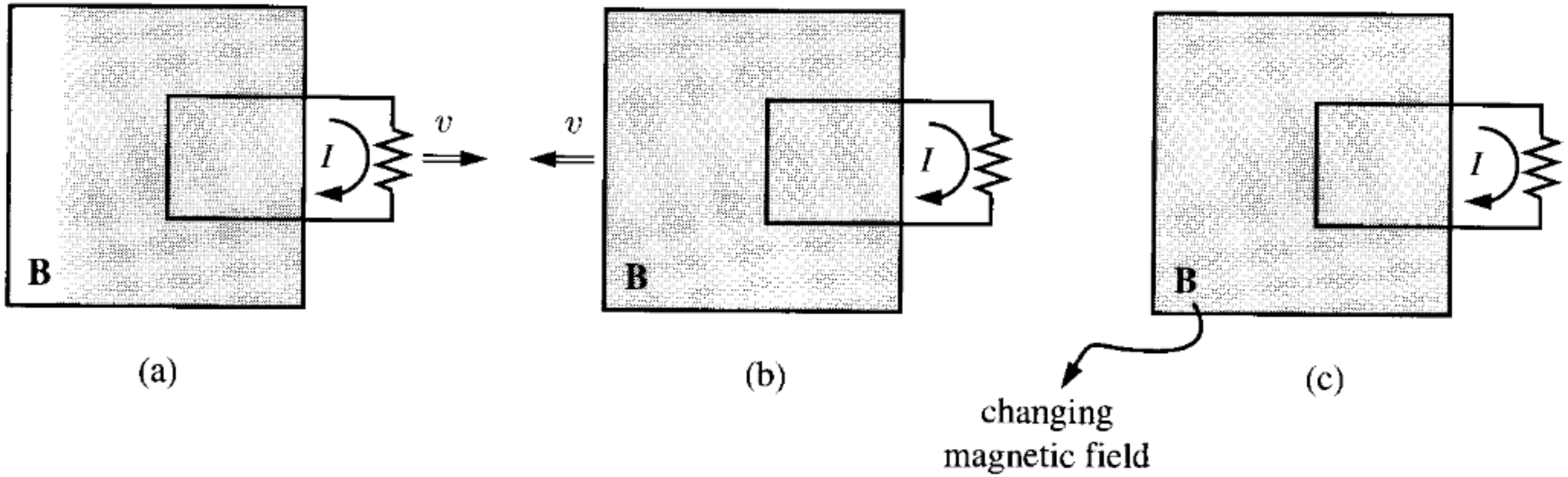
Experimento original de Michael Faraday
Clique na figura mais informações.



Um disco de Faraday: o primeiro gerador elétrico. O princípio dele está no Exemplo 7.4

Indução eletromagnética e lei de Faraday

- Considere 3 experimentos:



- A resposta experimental para os três casos é uma extensão de nosso resultado do fluxo magnético, para esses três casos a fem induzida é

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

- Mas como isso é possível? Como podem os experimentos (b) e (c) induzirem correntes se as cargas estão inicialmente paradas, e portanto não há força magnética?

Indução eletromagnética e lei de Faraday

- A única possível solução é dizer que uma variação de campo magnético pode gerar um campo elétrico, e este último gera a corrente.
- Assim, a fem induzida seria dada por

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Como $\mathscr{E} \neq 0$, a modificação necessária na eletrostática deve ser tal que $\nabla \times \mathbf{E} \neq \mathbf{0}$.
- Substituindo Φ, vem

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{a}.$$

- Logo,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

- Que é a lei de Faraday. Ela mostra que variação de campos magnéticos geram campos elétricos.

Anel saltador e lei de Lenz

Example 7.6

The "jumping ring" demonstration. If you wind a solenoidal coil around an iron core (the iron is there to beef up the magnetic field), place a metal ring on top, and plug it in, the ring will jump several feet in the air (Fig. 7.23). Why?

Solution: *Before* you turned on the current, the flux through the ring was *zero*. *Afterward* a flux appeared (upward, in the diagram), and the emf generated in the ring led to a current (in the ring) which, according to Lenz's law, was in such a direction that *its* field tended to cancel this new flux. This means that the current in the loop is *opposite* to the current in the solenoid. And opposite currents repel, so the ring flies off.[8]

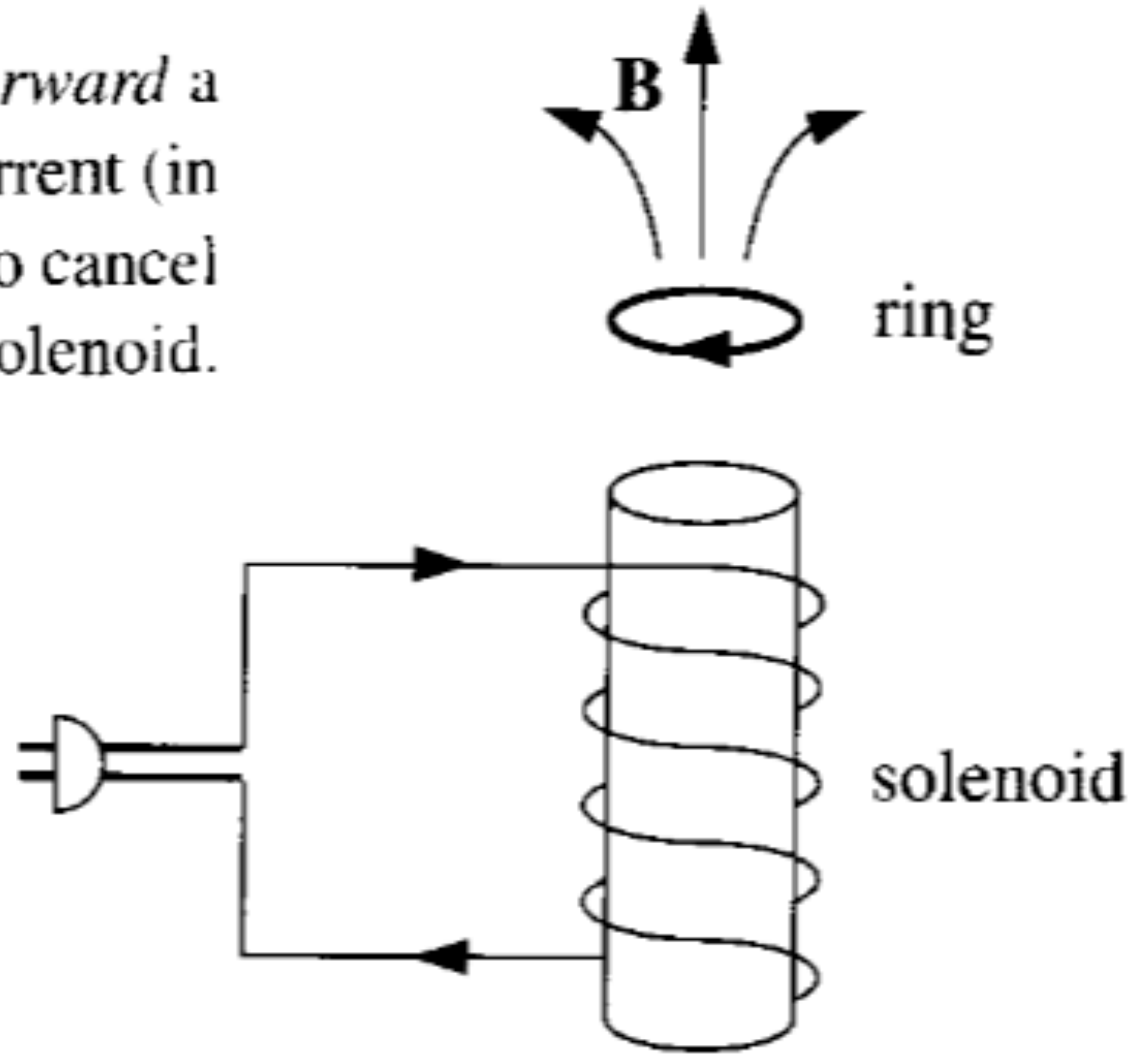
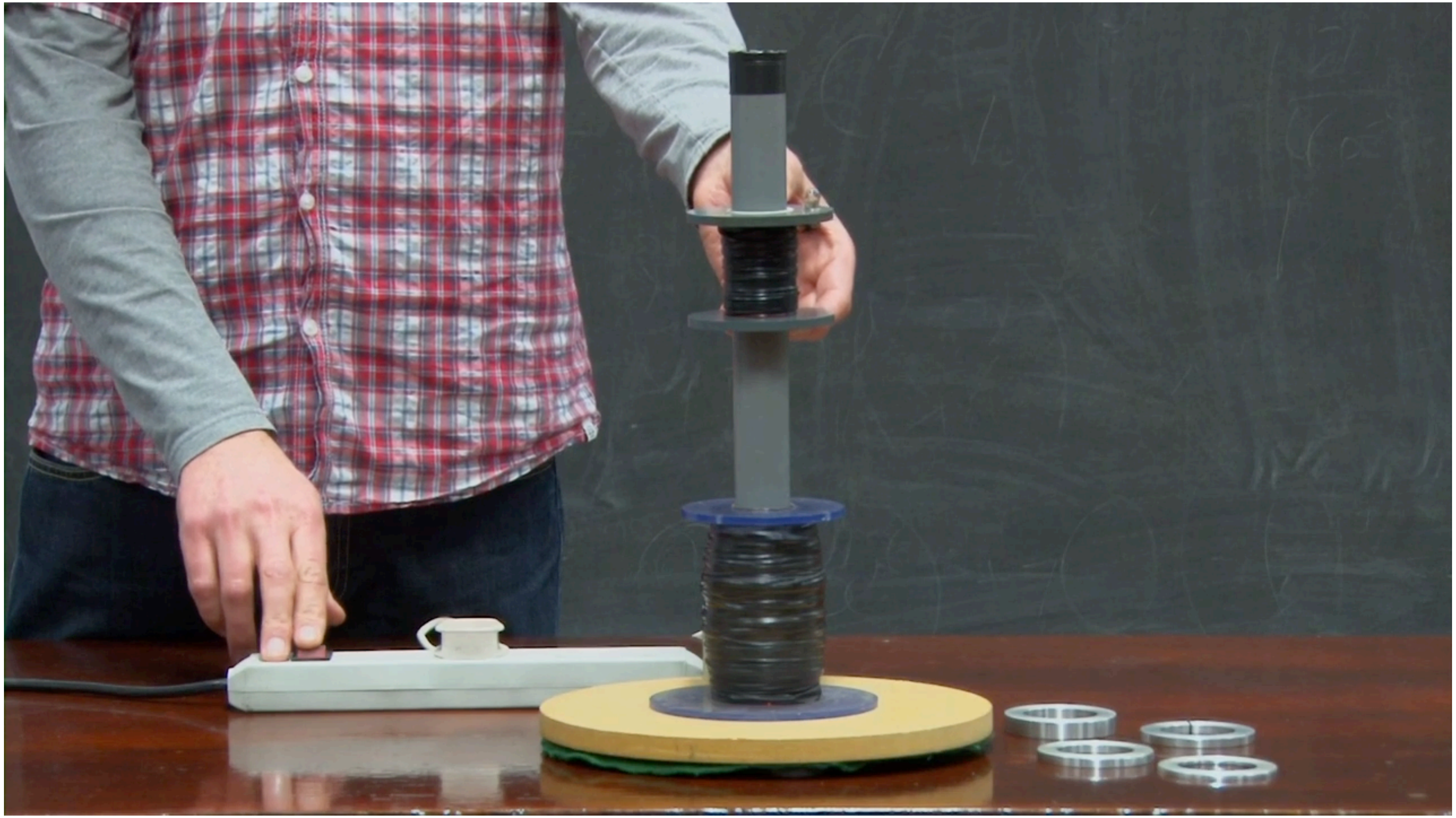


Figure 7.23

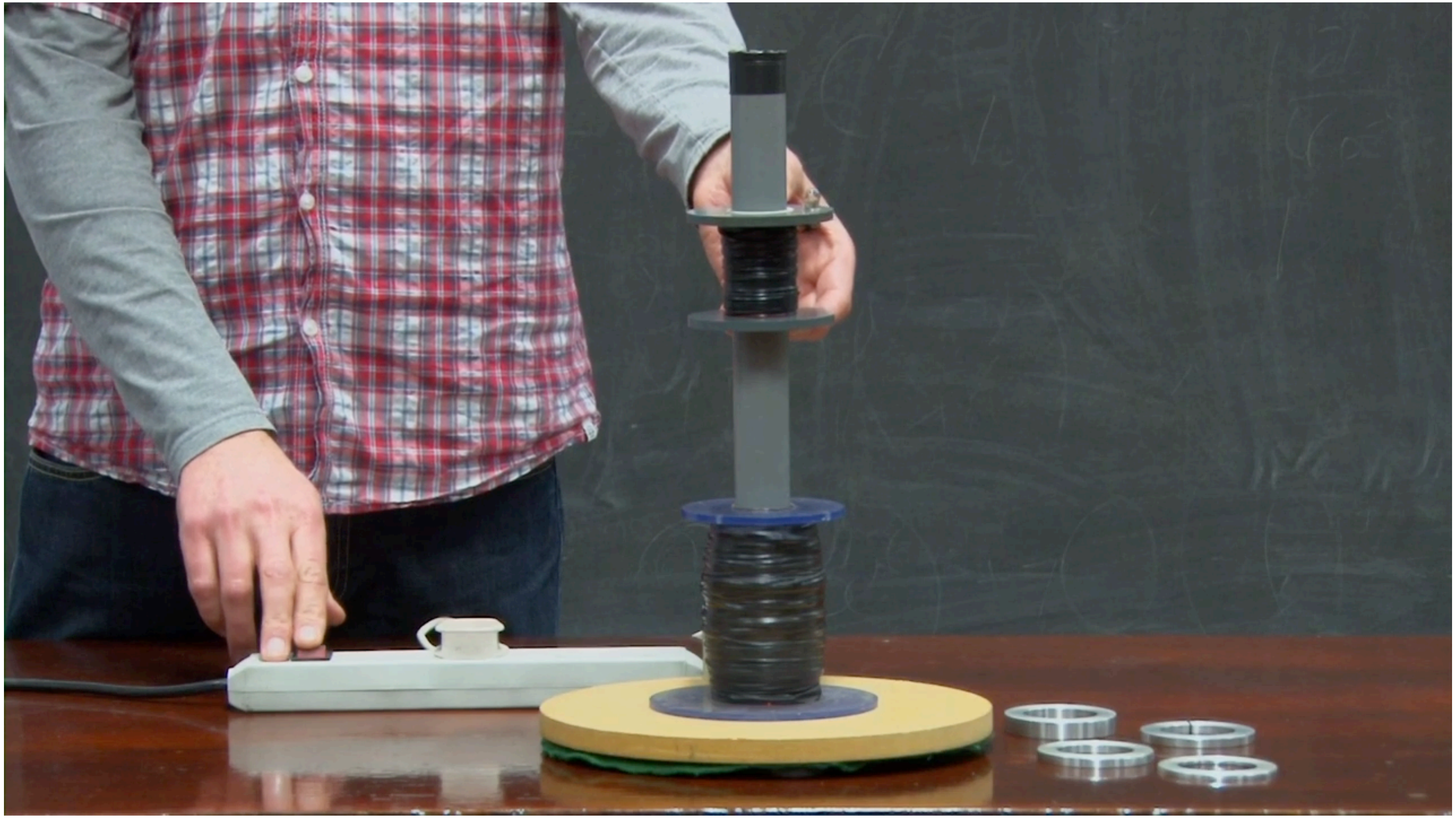
Exercícios: 7.12, 7.14

Anel saltador e lei de Lenz



Clique no vídeo para a versão completa.

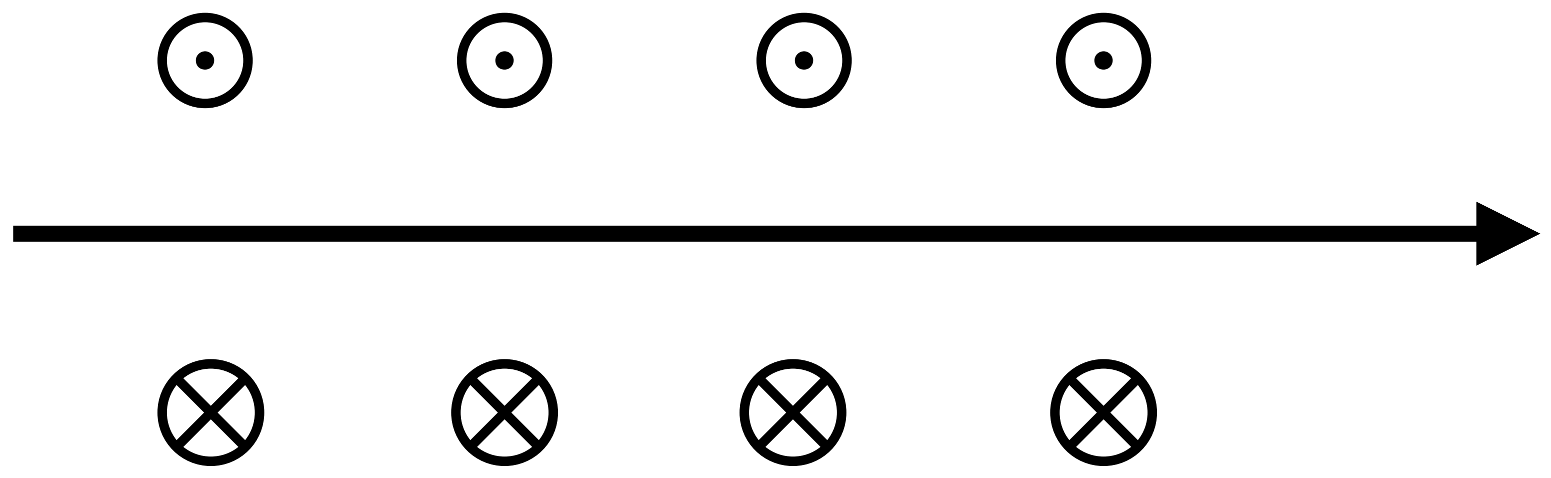
Anel saltador e lei de Lenz



Clique no vídeo para a versão completa.

Exemplo de indução elétrica

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.
- **Sol.:** Como foi dito que a variação é lenta, comecemos pelo caso estático. Sabemos que um fio longo com uma corrente estática I induz um campo magnético estático, e podemos calculá-lo como segue. Vou começar da lei de Ampere: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. Logo:

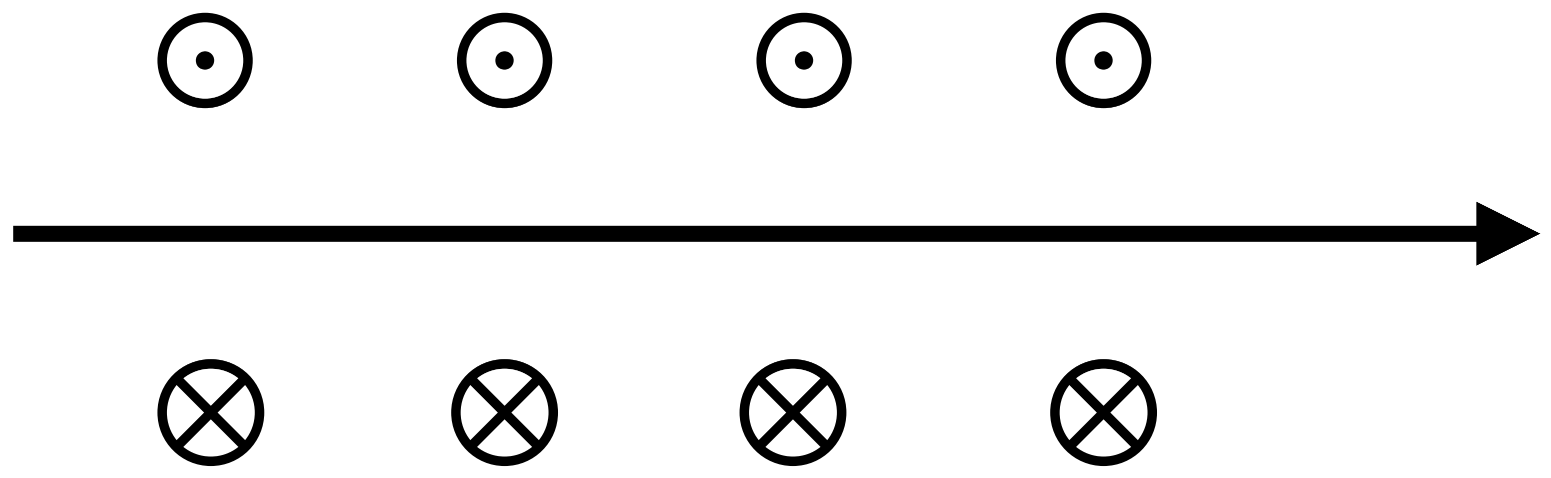


Exemplo de indução elétrica

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol.:** Como foi dito que a variação é lenta, comecemos pelo caso estático. Sabemos que um fio longo com uma corrente estática I induz um campo magnético estático, e podemos calculá-lo como segue. Vou começar da lei de Ampere: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. Logo:

$$\int \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}_\perp = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}_\perp$$

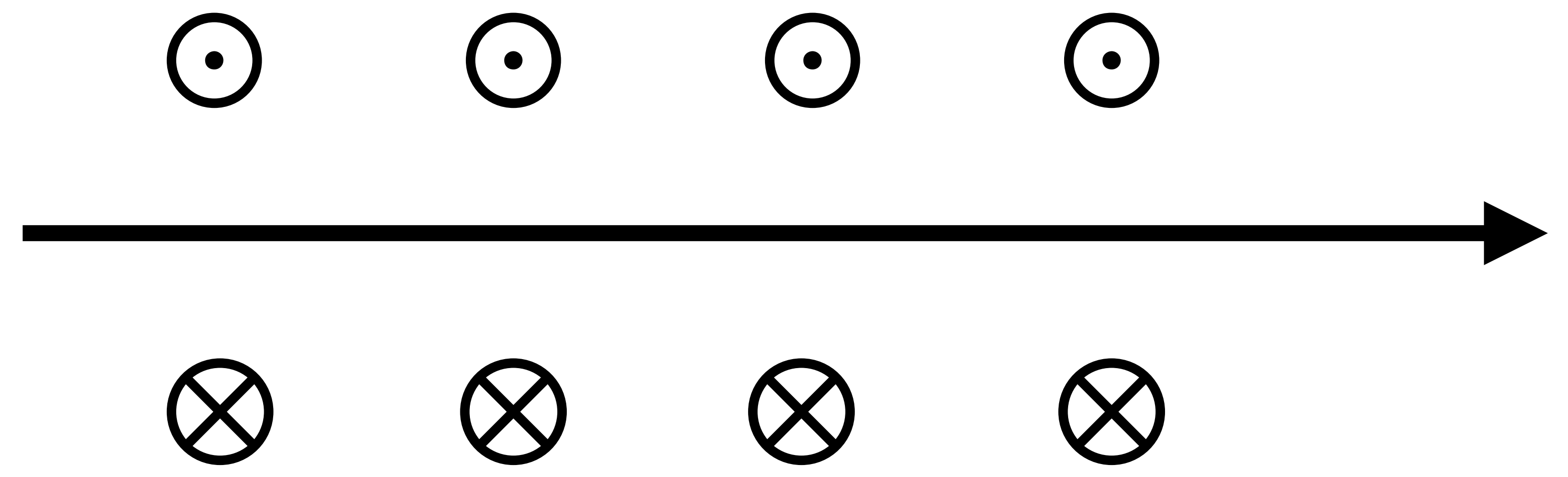


Exemplo de indução elétrica

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol.:** Como foi dito que a variação é lenta, comecemos pelo caso estático. Sabemos que um fio longo com uma corrente estática I induz um campo magnético estático, e podemos calculá-lo como segue. Vou começar da lei de Ampere: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. Logo:

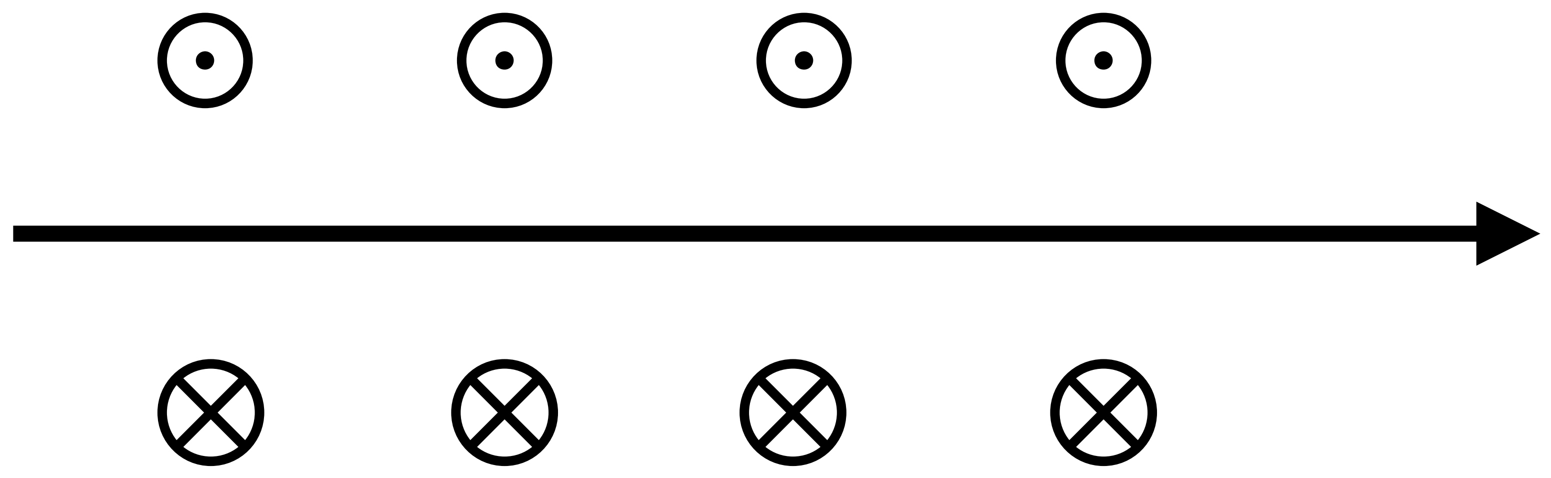
$$\int \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}_\perp = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}_\perp \qquad \Rightarrow \qquad \oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \mu_0 I$$



Exemplo de indução elétrica

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.
- **Sol.:** Como foi dito que a variação é lenta, comecemos pelo caso estático. Sabemos que um fio longo com uma corrente estática I induz um campo magnético estático, e podemos calculá-lo como segue. Vou começar da lei de Ampere: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. Logo:

$$\int \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}_\perp = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}_\perp \quad \Rightarrow \quad \oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi s} I$$

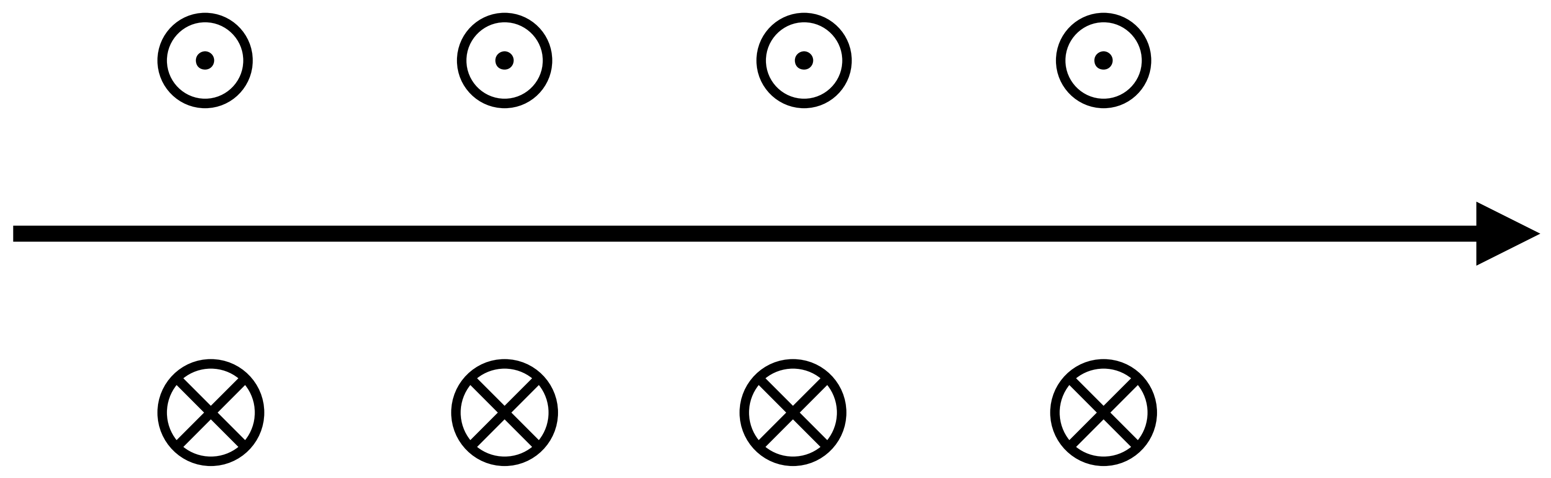


Exemplo de indução elétrica

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol.:** Como foi dito que a variação é lenta, comecemos pelo caso estático. Sabemos que um fio longo com uma corrente estática I induz um campo magnético estático, e podemos calculá-lo como segue. Vou começar da lei de Ampere: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. Logo:

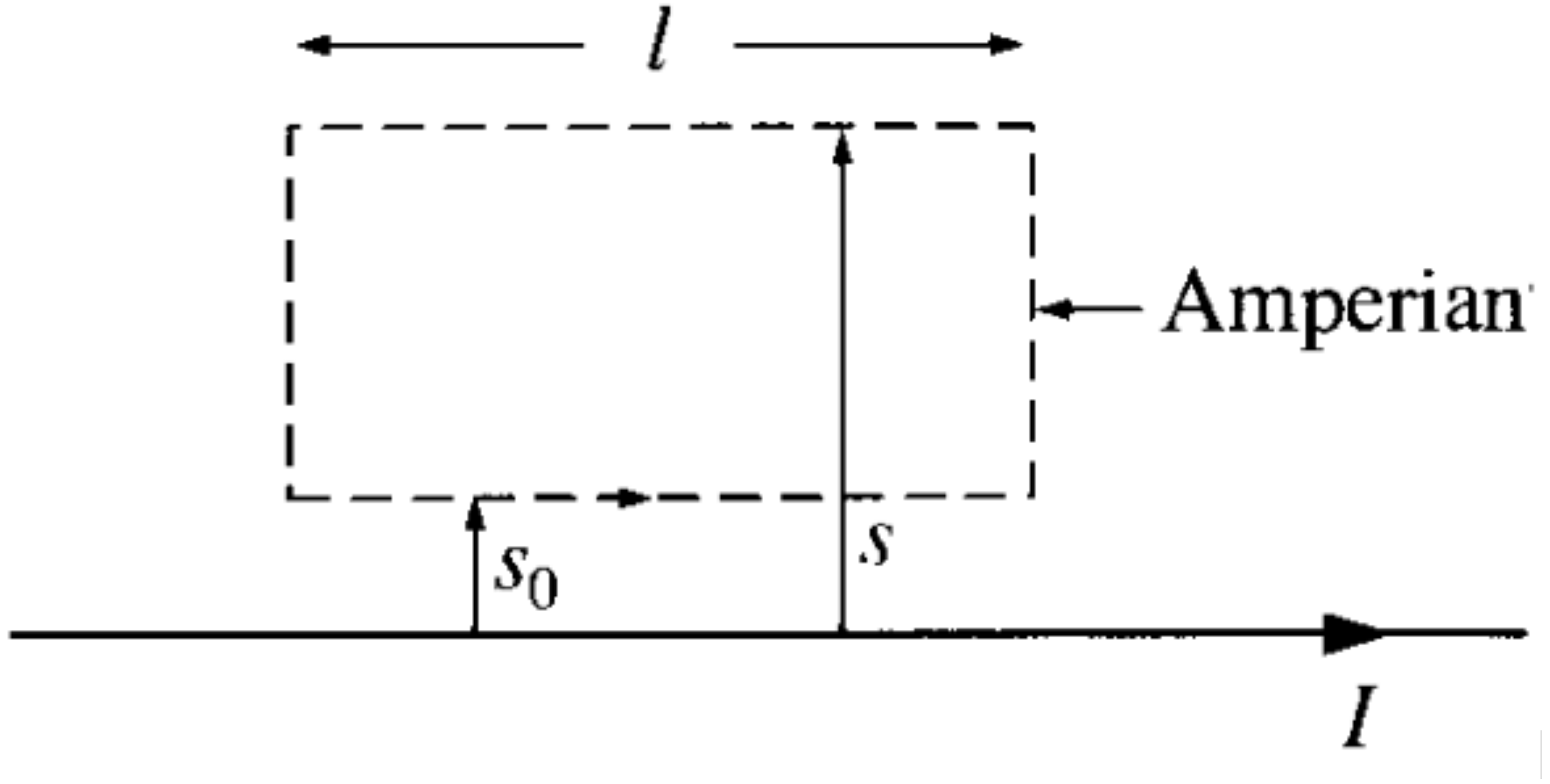
$$\int \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}_\perp = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}_\perp \quad \Rightarrow \quad \oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi s} I$$



$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2\pi s} I \,\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

Exemplo de indução elétrica - Sol. integral

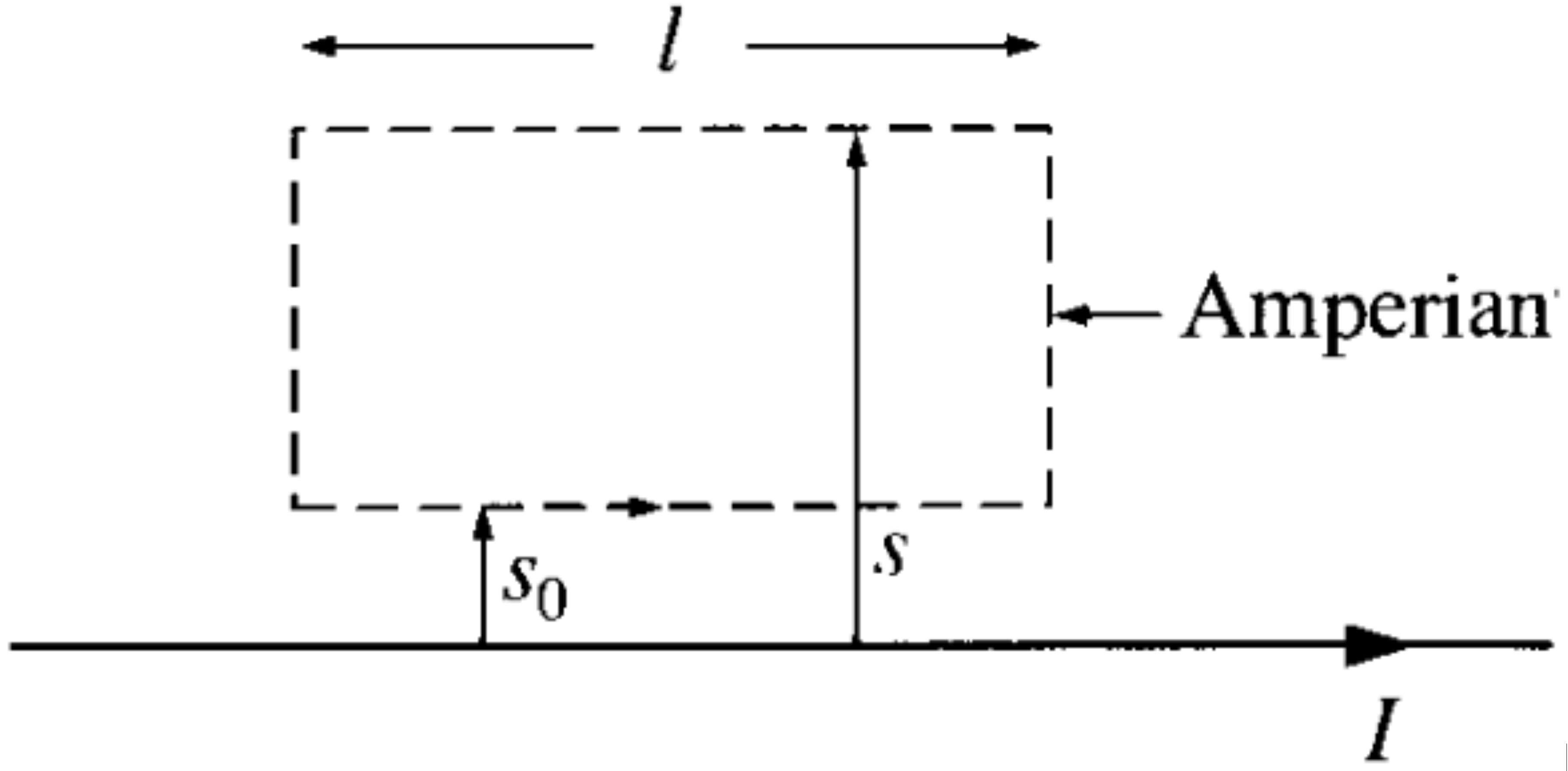
- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.
- **Sol. (continuação) :** Vimos que $B = \dfrac{\mu_0}{2\pi s}I$. Logo em qualquer região próxima ao fio o campo magnético varia se a corrente variar. Para encontrar o campo elétrico induzido usaremos $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$. Primeiro na forma integral, semelhantemente ao livro. Queremos estudar a componente do campo elétrico paralela ao fio. E sabemos que $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s, t)$ (pela geometria).



Exemplo de indução elétrica - Sol. integral

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.
- **Sol. (continuação) :** Vimos que $B = \frac{\mu_0}{2\pi s} I$. Logo em qualquer região próxima ao fio o campo magnético varia se a corrente variar. Para encontrar o campo elétrico induzido usaremos $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$. Primeiro na forma integral, semelhantemente ao livro. Queremos estudar a componente do campo elétrico paralela ao fio. E sabemos que $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s, t)$ (pela geometria).

$$\int \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E(s_0)l - E(s)l$$

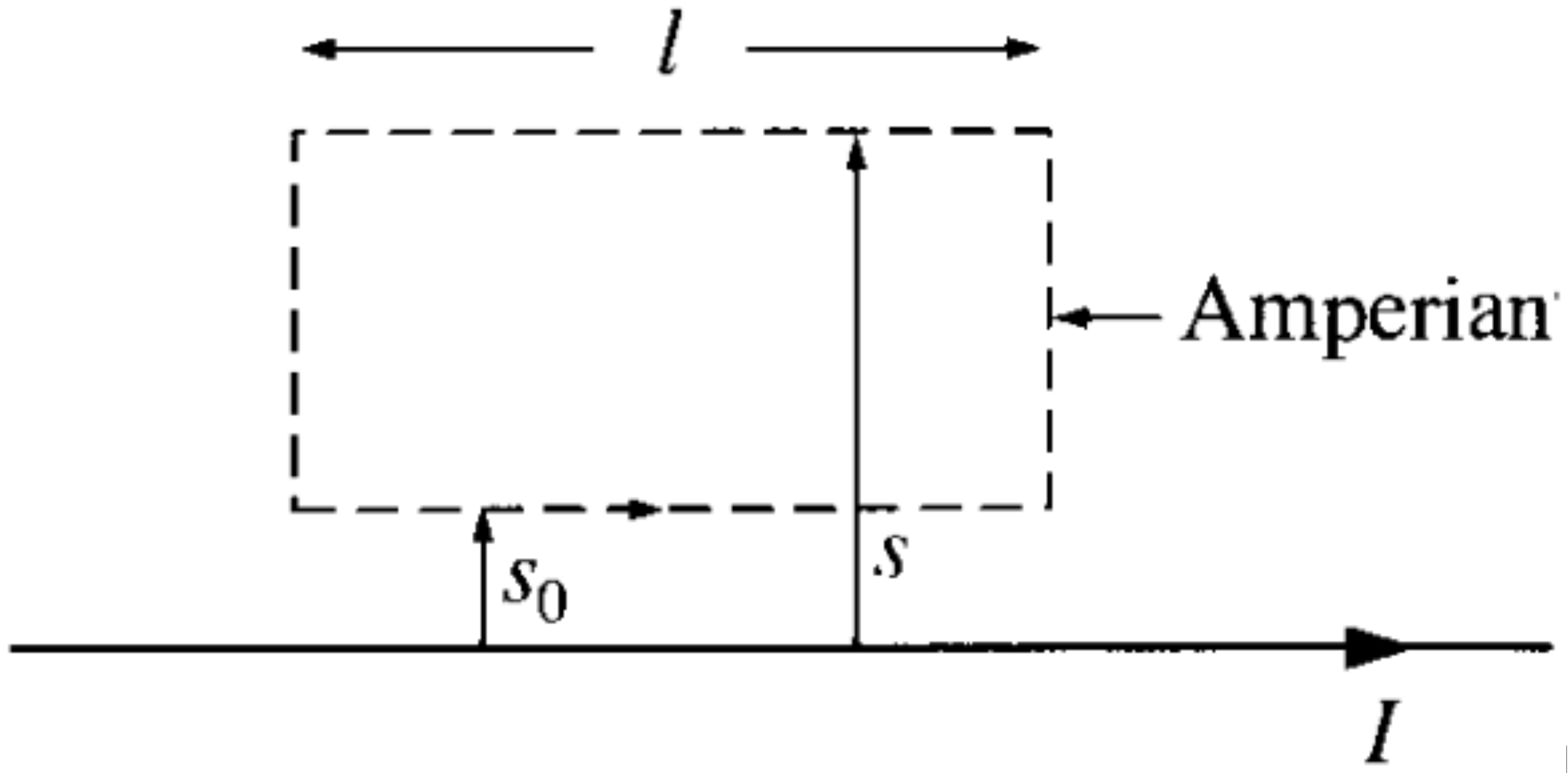


Exemplo de indução elétrica - Sol. integral

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.
- **Sol. (continuação) :** Vimos que $B = \frac{\mu_0}{2\pi s} I$. Logo em qualquer região próxima ao fio o campo magnético varia se a corrente variar. Para encontrar o campo elétrico induzido usaremos $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$. Primeiro na forma integral, semelhantemente ao livro. Queremos estudar a componente do campo elétrico paralela ao fio. E sabemos que $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s, t)$ (pela geometria).

$$\int \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E(s_0)l - E(s)l$$

$$-\frac{d}{dt}\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\frac{dI}{dt}\int_{s_0}^{s}\frac{1}{s'}ds' = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\frac{dI}{dt}(\ln s - \ln s_0).$$



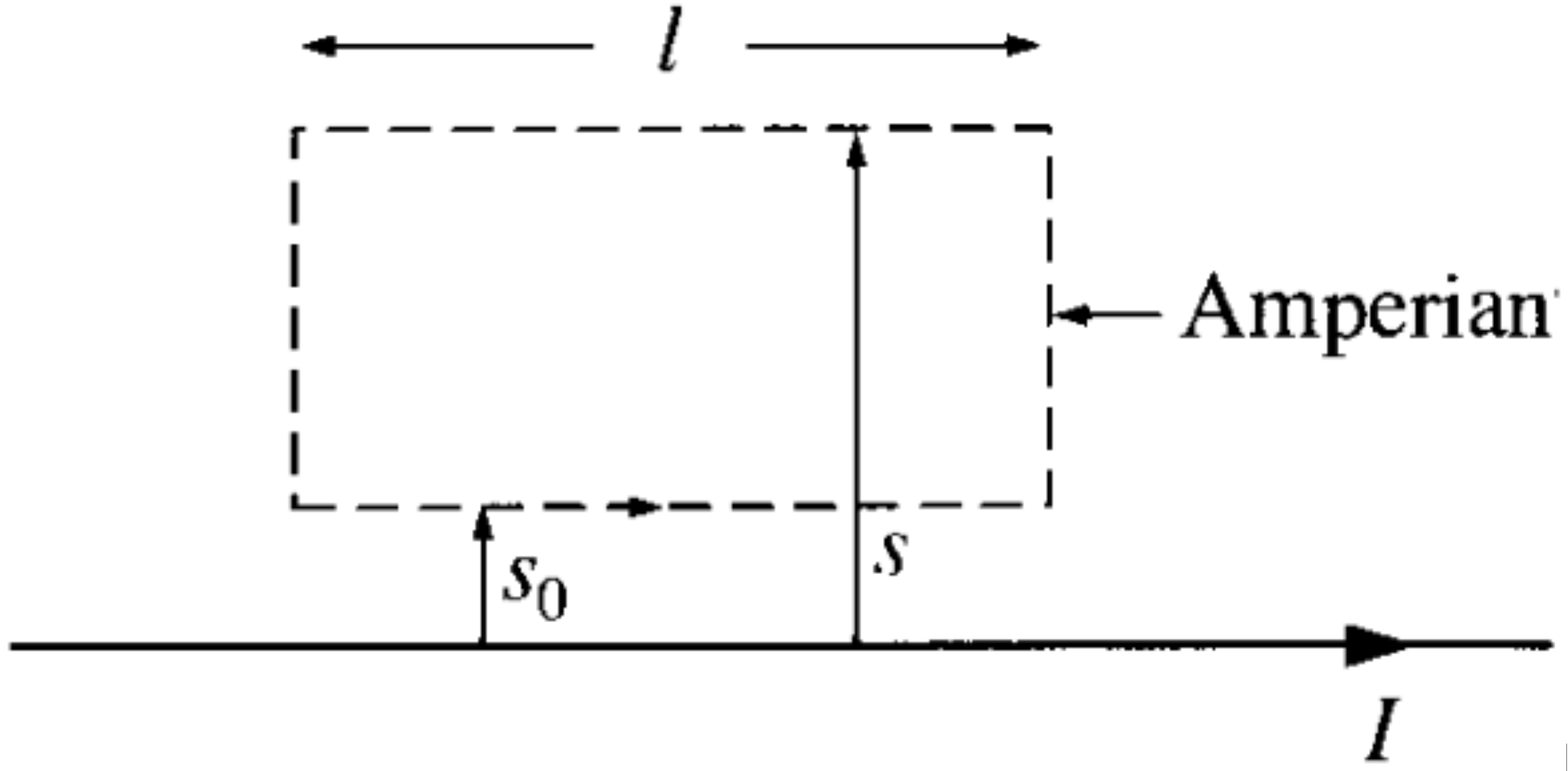
Exemplo de indução elétrica - Sol. integral

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.
- **Sol. (continuação) :** Vimos que $B = \dfrac{\mu_0}{2\pi s} I$. Logo em qualquer região próxima ao fio o campo magnético varia se a corrente variar. Para encontrar o campo elétrico induzido usaremos $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$. Primeiro na forma integral, semelhantemente ao livro. Queremos estudar a componente do campo elétrico paralela ao fio. E sabemos que $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s,t)$ (pela geometria).

$$\int \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E(s_0)l - E(s)l$$

$$-\frac{d}{dt}\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\frac{dI}{dt}\int_{s_0}^{s}\frac{1}{s'}\,ds' = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\frac{dI}{dt}(\ln s - \ln s_0).$$

$$\mathbf{E}(s) = \left[\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{dI}{dt}\ln s + K\right]\hat{\mathbf{z}}$$

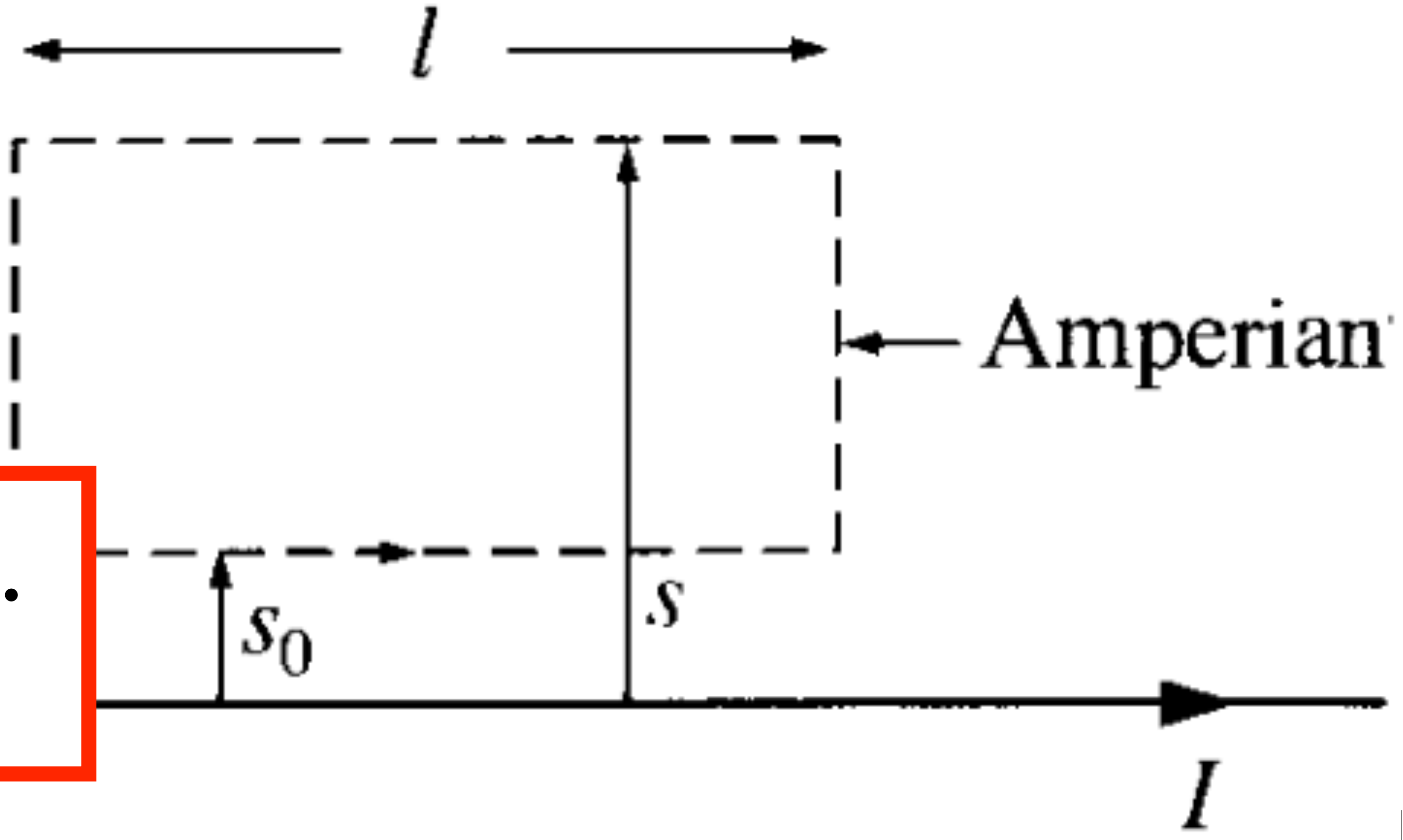


Exemplo de indução elétrica - Sol. integral

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma corrente uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.
- **Sol. (continuação) :** Vimos que $B = \dfrac{\mu_0}{2\pi s} I$. Logo em qualquer região próxima ao fio o campo magnético varia se a corrente variar. Para encontrar o campo elétrico induzido usaremos $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$. Primeiro na forma integral, semelhantemente ao livro. Queremos estudar a componente do campo elétrico paralela ao fio. E sabemos que $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s,t)$ (pela geometria).

$$\int \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E(s_0)l - E(s)l$$

$$-\frac{d}{dt}\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\frac{dI}{dt}\int_{s_0}^{s} \frac{1}{s'}\,ds' = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\frac{dI}{dt}(\ln s - \ln s_0).$$



$$\mathbf{E}(s) = \left[\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{dI}{dt}\ln s + K\right]\hat{\mathbf{z}}$$

$\boxed{\text{E esta é uma resposta estranha... } E \text{ cresce com } \ln s \text{ ?}}$

Exemplo de indução elétrica - Sol. diferencial

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol. (continuação) :** Usaremos agora $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$ diretamente na forma diferencial.

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right]\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho}\right]\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho V_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial V_\rho}{\partial \phi}\right]\hat{\mathbf{z}}$$

Como $\mathbf{B} \parallel \hat{\theta}$ e $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s, t)$, a eq. de Faraday implica que $-\partial_s E_z = -\dot{B}_\theta$ e $\partial_s(sE_\theta) = 0$. Da primeira equação temos que

Exemplo de indução elétrica - Sol. diferencial

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol. (continuação) :** Usaremos agora $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$ diretamente na forma diferencial.

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right]\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho}\right]\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho V_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial V_\rho}{\partial \phi}\right]\hat{\mathbf{z}}$$

Como $\mathbf{B} \parallel \hat{\theta}$ e $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s,t)$, a eq. de Faraday implica que $-\partial_s E_z = -\dot{B}_\theta$ e $\partial_s(sE_\theta) = 0$. Da primeira equação temos que

$$\partial_s E_z = \frac{\mu_0}{2\pi s}\dot{I}$$

Exemplo de indução elétrica - Sol. diferencial

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol. (continuação) :** Usaremos agora $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$ diretamente na forma diferencial.

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right]\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho}\right]\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho V_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial V_\rho}{\partial \phi}\right]\hat{\mathbf{z}}$$

Como $\mathbf{B} \parallel \hat{\boldsymbol{\theta}}$ e $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s,t)$, a eq. de Faraday implica que $-\partial_s E_z = -\dot{B}_\theta$ e $\partial_s(sE_\theta) = 0$. Da primeira equação temos que

$$\partial_s E_z = \frac{\mu_0}{2\pi s}\dot{I} \qquad \Rightarrow \quad E_z = \frac{\mu_0}{2\pi}\dot{I}\ln\frac{s}{d}$$

Em que d é uma constante de integração com dimensão de distância. É a mesma resposta obtida via integral.

Exemplo de indução elétrica - Sol. diferencial

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma corrente uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol. (continuação) :** Usaremos agora $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$ diretamente na forma diferencial.

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right]\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho}\right]\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho V_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial V_\rho}{\partial \phi}\right]\hat{\mathbf{z}}$$

Como $\mathbf{B} \parallel \hat{\boldsymbol{\theta}}$ e $\mathbf{E} = \mathbf{E}(s,t)$, a eq. de Faraday implica que $-\partial_s E_z = -\dot{B}_\theta$ e $\partial_s(sE_\theta) = 0$. Da primeira equação temos que

$$\partial_s E_z = \frac{\mu_0}{2\pi s}\dot{I} \qquad \Rightarrow \quad E_z = \frac{\mu_0}{2\pi}\dot{I}\ln\frac{s}{d}$$

Em que d é uma constante de integração com dimensão de distância. É a mesma resposta obtida via integral.

Como determinar d? Sob o ponto de vista de eqs. diferenciais, encontramos a solução, falta só a condição de contorno. Contudo, não tem como dar essa condição de contorno, pois a solução encontrada não faz sentido para qualquer s. Só sabemos que $d > s$. Note o sinal de E_z.

Exemplo de indução elétrica - Sol. diferencial

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol. (continuação) :** E as demais direções, como ficam? No exemplo da integral assumimos que não contribuiriam. Podemos avaliá-las diretamente das eqs's diferenciais?

Já vimos que a eq. de Faraday também fornece $\partial_s(sE_\theta) = 0$. Logo a solução geral seria $E_\theta = E_{\theta 0}/s$.

Mostra-se que $E_{\theta 0} = 0$. Além de ser algo estranho fisicamente, seguem duas formas de demonstrar isso: i) usando localmente um sistema cartesiano de coordenadas, ii) considerando uma integração numa área com s constante.

Segundo o teorema de Helmholtz, saber o rotacional de $\mathbf{E}$ não é suficiente para determinar esse campo, logo na resolução por integração implicitamente usamos em algum momento que $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Em coordenadas cilíndricas, essa equação implica que $\partial_s(sE_s) = 0$. Logo, em princípio, poderíamos ter $E_s \neq 0$. Contudo, a resposta correta final é $E_s = 0$.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho V_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Exemplo de indução elétrica - Sol. diferencial

- **Exemplo:** Um fio longo conduz uma correte uniforme que varia lentamente no tempo, denotada por $I(t)$. Determine o campo elétrico induzido ao redor do fio.

- **Sol. (continuação) :** E as demais direções, como ficam? No exemplo da integral assumimos que não contribuíam. Podemos avaliá-las diretamente das eqs's diferenciais?

Já vimos que a eq. de Faraday também fornece $\partial_s(sE_\theta) = 0$. Logo a solução geral seria $E_\theta = E_{\theta 0}/s$.

Mostra-se que $E_\theta = 0$. Além de ser algo estranho fisicamente, seguem duas formas de demonstrar isso: i) usando localmente um sistema cartesiano de coordenadas; ii) considerando uma integração numa área com s constante.

Segundo o teorema de Helmholtz, saber o rotacional de E não é suficiente para determinar esse campo, logo na resolução por integração implicitamente usamos em algum momento que $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Em coordenadas cilíndricas, essa equação implica que $\partial_s(sE_s) = 0$. Logo, em princípio, poderíamos ter $E_s \neq 0$. Contudo, a resposta correta final é $E_s = 0$.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho V_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Exercícios:

i) Re-avalie a dedução com integral anterior e encontre em que ponto foi assumido que $E_s = 0$.

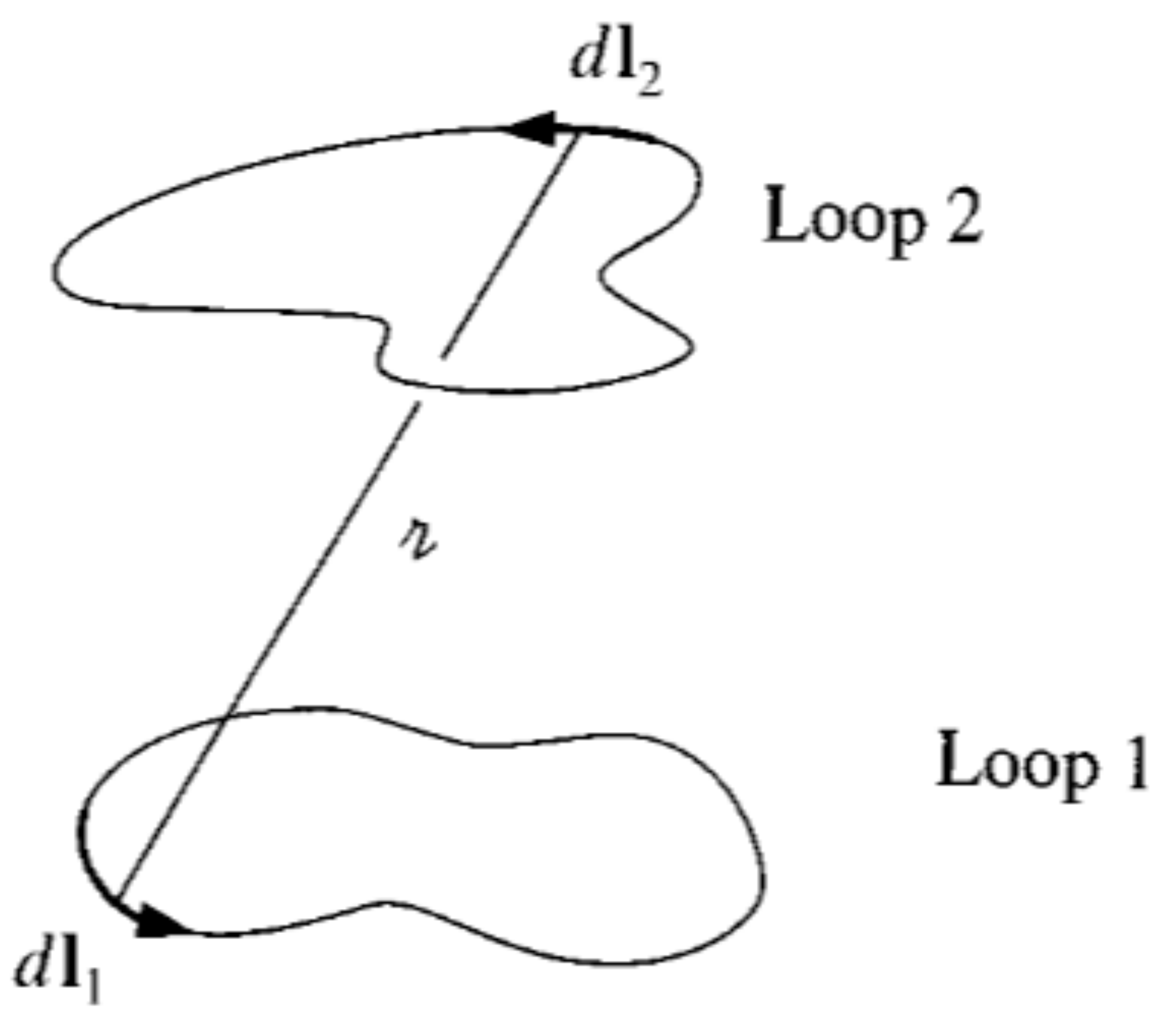
ii) Mostre que para este problema $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ implica que $E_s = 0$.

iii) Considere agora o seguinte problema geral. Se numa região do espaço sem matéria é válido que $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ então necessariamente ao expressarmos o campo elétrico em coordenadas cilíndricas teremos $E_s = 0$?

Exercícios 7.17 e 7.18 do livro.

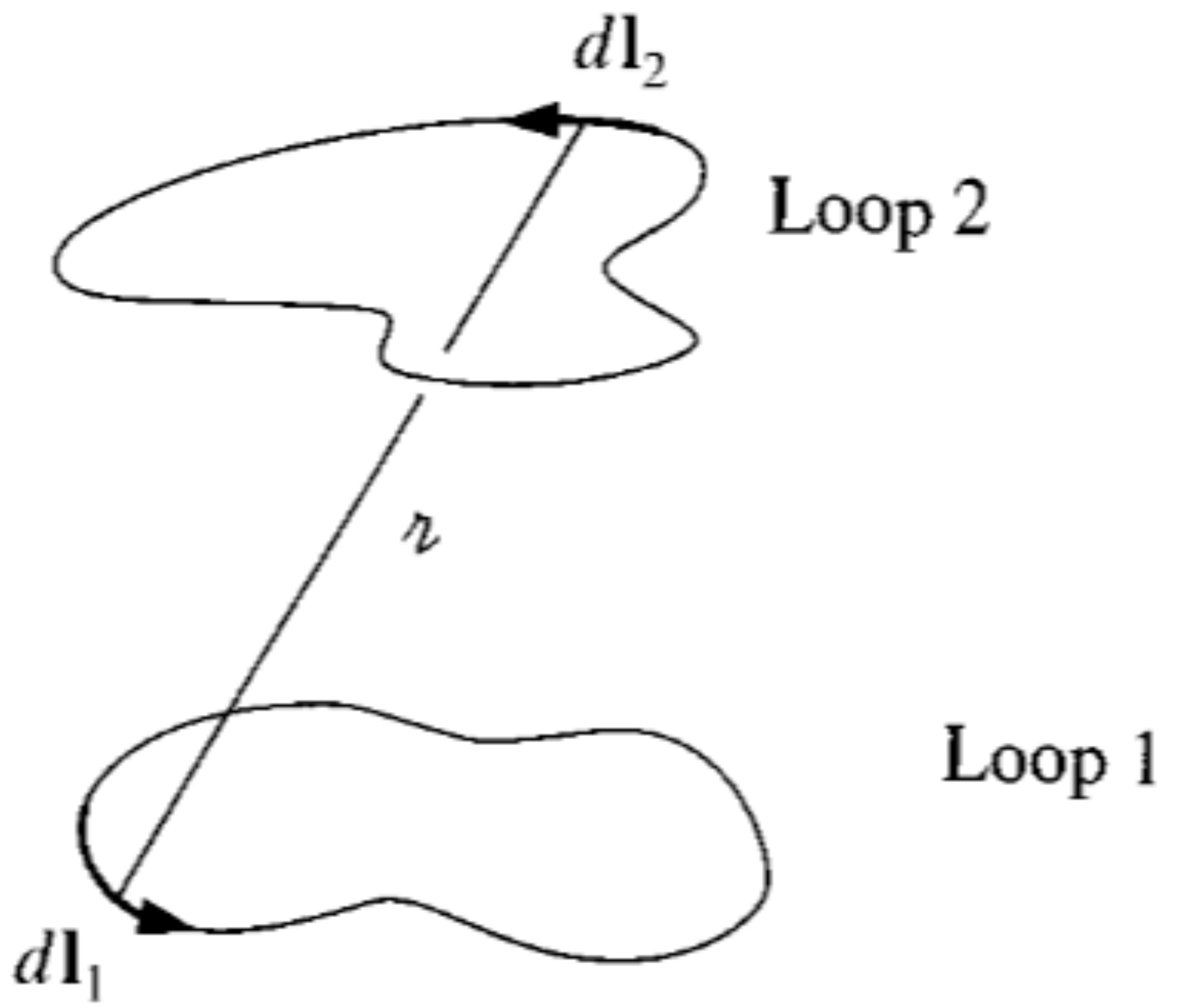
Indutância

- Considere dois circuitos próximos, denotados por C1 e C2. Em C1 passa uma corrente I_1, e em C2 uma corrente I_2.
- O fluxo do campo magnético B1 gerado por C1 em C2 é denotado por Φ_2. Sendo as correntes uniformemente distribuídas nesses circuitos, é fácil notar que $\Phi_2 \propto I_1$ e $\Phi_1 \propto I_2$. A constante de proporcionalidade só pode depender da geometria dos circuitos.



- Assim temos $\Phi_1 = M_{12} I_2$ e $\Phi_2 = M_{21} I_1$.
- **Exercício:** mostre que $M_{12} = M_{21}$, e consequentemente podemos usar $\Phi_1 = M\, I_2$.
- M é a **indutância mútua** dos circuitos C1 e C2.
- Saber a indutância mútua é relevante para determinar a corrente induzida num circuito devido à mudança da corrente de outro circuito.
- Seria possível um circuito induzir uma correte em si mesmo? Sim, e pode-se calcular M para esse casso, contudo esse caso especial é chamado de **autoindutância** e denotado por L.

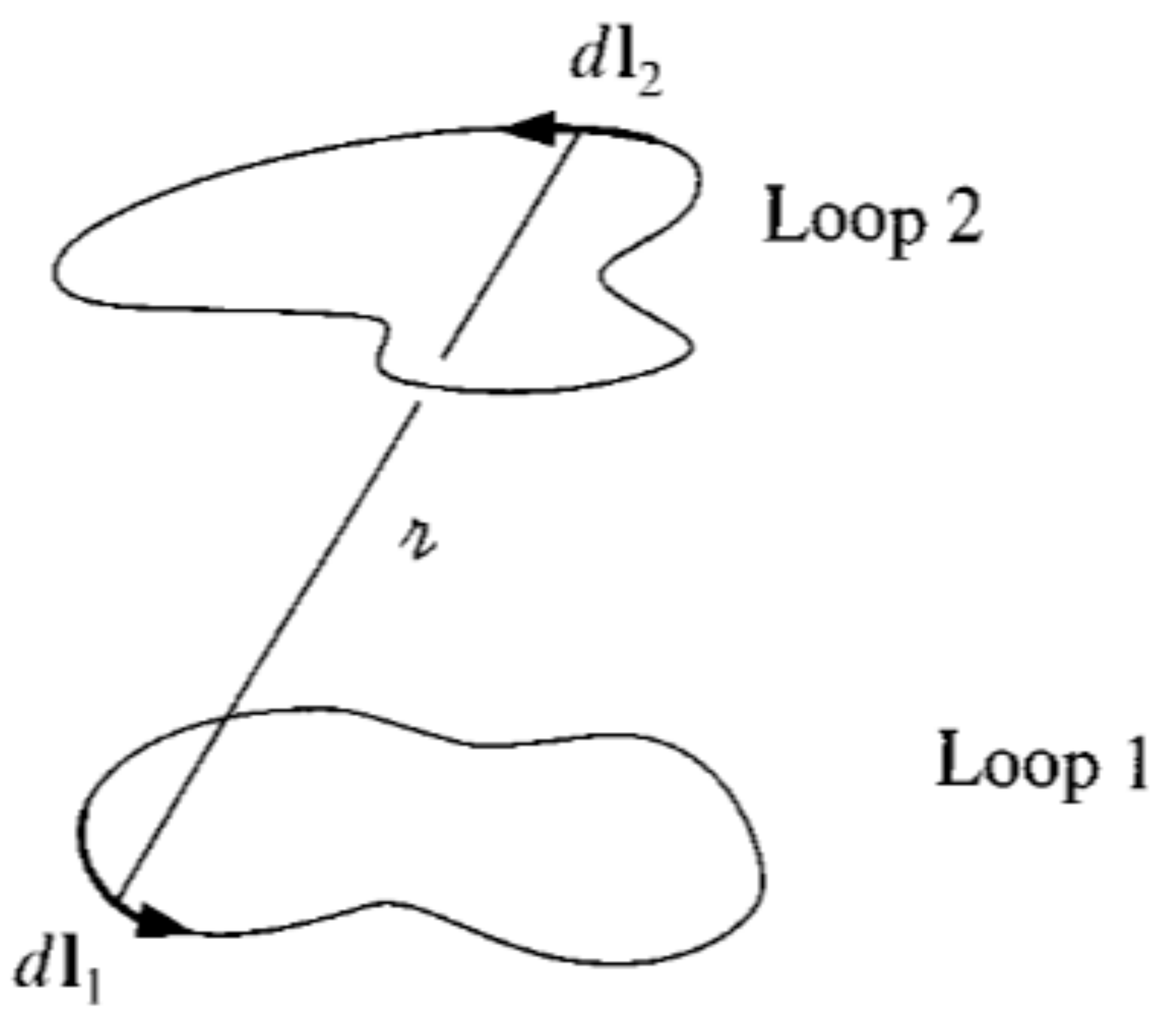
Indutância



- Considere dois circuitos próximos, denotados por C1 e C2. Em C1 passa uma corrente I_1, e em C2 uma corrente I_2.
- O fluxo do campo magnético B1 gerado por C1 em C2 é denotado por Φ_2. Sendo as correntes uniformemente distribuídas nesses circuitos, é fácil notar que $\Phi_2 \propto I_1$ e $\Phi_1 \propto I_2$. A constante de proporcionalidade só pode depender da geometria dos circuitos.
- Assim temos $\Phi_1 = M_{12}I_2$ e $\Phi_2 = M_{21}I_1$.
- **Exercício:** mostre que $M_{12} = M_{21}$, e consequentemente podemos usar $\Phi_1 = M\,I_2$.
- M é a **indutância mútua** dos circuitos C1 e C2.
- Saber a indutância mútua é relevante para determinar a corrente induzida num circuito devido à mudança da corrente de outro circuito.
- Seria possível um circuito induzir uma corrrete em si mesmo? Sim, e pode-se calcular M para esse casso, contudo esse caso especial é chamado de **autoindutância** e denotado por L.

Indutância

- Considere dois circuitos próximos, denotados por C1 e C2. Em C1 passa uma corrente I_1, e em C2 uma corrente I_2.



- O fluxo do campo magnético B1 gerado por C1 em C2 é denotado por Φ_2. Sendo as correntes uniformemente distribuídas nesses circuitos, é fácil notar que $\Phi_2 \propto I_1$ e $\Phi_1 \propto I_2$. A constante de proporcionalidade só pode depender da geometria dos circuitos.
- Assim temos $\Phi_1 = M_{12} I_2$ e $\Phi_2 = M_{21} I_1$.

Ver **exemplo 7.12**
Fazer **exercício 7.20, 7.22**

- **Exercício:** mostre que $M_{12} = M_{21}$, e consequentemente podemos usar $\Phi_1 = M\, I_2$.
- M é a **indutância mútua** dos circuitos C1 e C2.
- Saber a indutância mútua é relevante para determinar a corrente induzida num circuito devido à mudança da corrente de outro circuito.
- Seria possível um circuito induzir uma correte em si mesmo? Sim, e pode-se calcular M para esse casso, contudo esse caso especial é chamado de **autoindutância** e denotado por L.

Energia em campos magnéticos

- Para a autoindutância temos que $\Phi = LI$, e portanto $\mathscr{E} = -L\dot{I}$. Lembremos também que a fem não é uma força, mas sim um trabalho por carga.
- Ao ligarmos um circuito, há uma fem induzida contrária à fem primária. E assim vemos que há um trabalho necessário para conseguir estabelecer certa corrente I.
- Ademais, esse trabalho para estabelecer a corrente pode ser completamente recuperado; pois ao desligar o circuito há novamente uma fem induzida (com a mesma autoindutância).
- A energia necessária para manter o circuito funcionando, por outro lado, não pode ser recuperada. Como vimos, pela lei de Ohm, manter corrente num circuito requer constante fornecimento de energia, energia essa que não pode ser mantida nem nas partículas responsáveis pela corrente e nem nos campos eletromagnéticos; só pode virar energia térmica (e portanto é irrecuperável).
- Se o trabalho necessário para estabelecer a corrente pode ser completamente recuperado, aonde fica armazenada essa energia? Resposta: veja o título deste *slide*. Por que nos campos magnéticos? Ora, essa energia precisa estar em algum lugar e este é o único possível.

Energia em campos magnéticos

- O trabalho realizado para estabelecer a corrente leva a uma variação da energia interna do sistema. Como a fem é trabalho por unidade de carga, temos

$$dW = -\,\mathscr{E}dq$$

$$\frac{dW}{dt} = -\,\mathscr{E}I = L\,I\frac{dI}{dt}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}L\,I^2$$

- Logo a energia armazenada depende da corrente final atingida e da geometria do circuito. Não depende do tempo necessário para estabelecer a corrente.

- **Exercício:** Acompanhe a demonstração do livro e conclua que a energia presente nos campos magnéticos pode também ser escrita como

$$\Delta U(t) = \frac{1}{2\mu_0}\int B^2(\mathbf{x}, t)\, d^3x$$

Mais tarde deduziremos essa expressão de outra forma, mais geral.

Energia em campos magnéticos

- O trabalho realizado para estabelecer a corrente leva a uma variação da energia interna do sistema. Como a fem é trabalho por unidade de carga, temos

$$dW = -\,\mathscr{E}dq$$

$$\frac{dW}{dt} = -\,\mathscr{E}I = L\,I\frac{dI}{dt}$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{1}{2}L\,I^2}$$

- Logo a energia armazenada depende da corrente final atingida e da geometria do circuito. Não depende do tempo necessário para estabelecer a corrente.

- **Exercício:** Acompanhe a demonstração do livro e conclua que a energia presente nos campos magnéticos pode também ser escrita como

$$\boxed{\Delta U(t) = \frac{1}{2\mu_0}\int B^2(\mathbf{x},t)\,d^3x}$$

Mais tarde deduziremos essa expressão de outra forma, mais geral.

Um problema na lei de Ampère

- Novamente encontramos uma “lei" que não é verdadeiramente uma “lei”. Como antes disse, uma lei é em física assim chamada por motivos históricos, não verdadeiramente pela situação dela em termos de importância para física. A “lei" de Ampère, como originalmente proposta, só é válida para a magnetostática, não para a eletrodinâmica. Não que Ampère tenha cometido um erro, ele apenas não estava tratando de eletrodinâmica.
- Até o momento temos as equações ao lado. Qual o problema delas?

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{1}{\epsilon_0}\rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} \end{aligned}}$$

Um problema na lei de Ampère

- Novamente encontramos uma “lei" que não é verdadeiramente uma “lei”. Como antes disse, uma lei é em física assim chamada por motivos históricos, não verdadeiramente pela situação dela em termos de importância para física. A “lei" de Ampère, como originalmente proposta, só é válida para a magnetostática, não para a eletrodinâmica. Não que Ampère tenha cometido um erro, ele apenas não estava tratando de eletrodinâmica.

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{1}{\epsilon_0}\rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} \end{aligned}}$$

- Até o momento temos as equações ao lado. Qual o problema delas?
- Lembremos da equação da continuidade.

$$\dot{\rho} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

- Esta eq. expressa que certa quantidade Q é conservada localmente, no seguinte sentido: seja ρ a densidade dessa quantidade Q. Então ou ρ é constante no tempo em dada região de volume V e não há fluxo de Q para fora ou para dentro dessa região, ou ρ varia no tempo e há um preciso fluxo de Q entrando ou saindo de V. Uma relação típica entre $\mathbf{J}$ e ρ é $\mathbf{J} = \rho\mathbf{v}$, que é comumente usado na mecânica, mas outros contextos podem usar outras correntes.

Um problema na lei de Ampère

- Novamente encontramos uma “lei" que não é verdadeiramente uma “lei”. Como antes disse, uma lei é em física assim chamada por motivos históricos, não verdadeiramente pela situação dela em termos de importância para física. A “lei" de Ampère, como originalmente proposta, só é válida para a magnetostática, não para a eletrodinâmica. Não que Ampère tenha cometido um erro, ele apenas não estava tratando de eletrodinâmica.
- Até o momento temos as equações ao lado. Qual o problema delas?
- É um fato experimental que cargas elétricas satisfazem a equação da continuidade. Na verdade, essa conservação vai além da eletrodinâmica clássica, conservação de carga é um dos pilares do modelo padrão de partículas.
- As equações à direita são compatíveis com a equação da continuidade?
- Resp: não são! Ver o vídeo.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Um problema na lei de Ampère

- Novame … o antes disse, uma
  lei é em … pela situação dela
  em tern … nte proposta, só é
  válida p … nha cometido um
  erro, ele
- Até o m
- É um fa
  nuidade
  conserv
- As equa
- Resp: nã

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Uma correção à lei de Ampère

- Como corrigir o problema?
- A forma mais simples é incluir na lei de Ampère algo cujo divergente seja proporcional a $\dot{\rho}$.
- A lei de Gauss já fornece algo cujo divergente é ρ, logo a resposta é fácil...

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \dot{\mathbf{E}}$$

- **Exercício:** Verifique em detalhes que a correção acima é compatível com a equação da continuidade.
- O argumento que usamos para corrigir a lei de Ampère não é um argumento histórico. Na verdade Maxwell introduziu algo chamado de corrente de deslocamento. Por fim funciona, mas acho o método acima mais claro.
- **Exercício:** Apenas a título de conhecimento geral, verifique a correção da lei de Ampère usando a "corrente de deslocamento": $\mathbf{J}_d \equiv \epsilon_0 \dot{\mathbf{E}}$
- <u>Analogamente à lei de Faraday, um campo elétrico variável induz um campo magnético.</u>

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

As equações de Maxwell

Sem fontes

Com fontes

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Eletrostática
&
Magnetostática

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Eletrodinâmica
quase-estática

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Eletrodinâmica

Sem fontes

Com fontes

As equações de Maxwell

Sem fontes

Com fontes

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Eletrostática
&
Magnetostática

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Eletrodinâmica
quase-estática

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Eletrodinâmica

Sem fontes

Com fontes

Exercícios:

1. As equações de Maxwell constituem tudo o que há de relevante para a base da eletrodinâmica? O que falta?

2. Encontre as equações de Maxwell na matéria (dica: veja o livro se necessário).

3. Exercícios 7.48, 7.55 e pelo menos mais 2 exercícios do tipo 7.X, com X > 37.